

зана пунктиром). Воспользуемся теоремой об изменении количества движения для отсека потока, ограниченного контрольной поверхностью. Внешними силами, действующими на систему частиц жидкости, будут главный вектор сил реакции поверхностей лопатки (обозначим проекцию главного вектора на ось решетки x и ось y через X и Y), а также силы от гидродинамического давления на контрольной поверхности. Вес жидкости, а также силы трения на контрольной поверхности мы не учитываем. Выражая теорему об изменении количества движения в проекциях на ось x и y и принимая $\beta = 1$, получим:

$$X = \rho b t v_m \cdot (v_1 \cos \alpha_1 - v_0 \cos \alpha_0); \quad (23-48)$$

$$Y = (\rho_0 - \rho_1) b t, \quad (23-49)$$

где

$$v_m = v_0 \sin \alpha_0 = v_1 \sin \alpha, \quad (23-50)$$

— меридиональная проекция скорости, b — ширина лопасти,

$$Q = v_m b t — \text{расход.} \quad (23-51)$$

Заметим, что приращение проекции количества движения на ось y согласно уравнению (23-50) равно нулю.

Вместо $\rho_0 - \rho_1$ в уравнение (23-49) подставим его значение из уравнения Бернулли

$$\rho_0 - \rho_1 = \rho \cdot \frac{v_1^2 - v_0^2}{2} \quad (23-52)$$

В связи с формулами (23-49) и (23-50) для Y получим:

$$Y = \rho b t (v_1 \cos \alpha_1 - v_0 \cos \alpha_0) \cdot \frac{v_1 \cos \alpha_1 + v_0 \cos \alpha_0}{2} + \gamma b t h_n. \quad (23-53)$$

Вычислим циркуляцию для контура контрольной поверхности (см. фиг. 23-17). Будем обходить его по часовой стрелке. На линиях тока значения $v \cos \beta$ для соответствующих точек будут одинаковы, но противоположны по знаку. Поэтому при суммировании они взаимно уничтожаются. Вследствие этого для циркуляции по замкнутому контуру контрольной поверхности получим следующее выражение:

$$\Gamma = (v_1 \cos \alpha_1 - v_0 \cos \alpha_0) t. \quad (23-54)$$

Подставим это значение в формулы (23-48) и (23-53). Будем иметь:

$$X = \rho b \Gamma v_m, \quad (23-55)$$

$$Y = \rho b \Gamma \cdot \frac{v_1 \cos \alpha_1 + v_0 \cos \alpha_0}{2} + \gamma b t h_n. \quad (23-56)$$

Вычислим сначала значение силы реакции, пренебрегая потерями удельной энергии h_n . В этом случае получим:

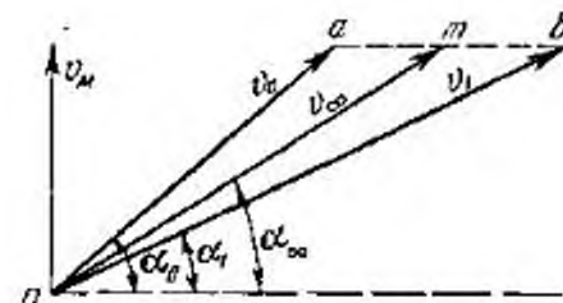
$$R_m = \sqrt{X^2 + Y^2} = \rho b \Gamma \sqrt{v_m^2 + \left(\frac{v_1 \cos \alpha_1 + v_0 \cos \alpha_0}{2} \right)^2}, \quad (23-57)$$

или

$$R_m = \rho b \Gamma v_\infty, \quad (23-58)$$

где

$$v_\infty = \sqrt{v_m^2 + \left(\frac{v_1 \cos \alpha_1 + v_0 \cos \alpha_0}{2} \right)^2} \quad (23-59)$$



Фиг. 23-18. Вектор v_∞ есть средняя геометрическая векторов v_1 и v_0 . В этом легко убедиться. Для этого разделим отрезок ab (фиг. 23-18) пополам и соединим середину (точку m) вектором nm , откуда и получим формулу (23-59). Из формул (23-55) и (23-56) следует, что направление силы реакции зависит от знака циркуляции. Для $\Gamma > 0$ сила R_m направлена, как показано на фиг. 23-19.

Покажем, что сила реакции поверхности R_m перпендикулярна к v_∞ . Для этого вычислим $\cos(R_m, v_\infty)$. Принимая во внимание фиг. 23-18, получим:

$$\cos(R_m, v_\infty) = \frac{v_0 \cos \alpha_0 + v_1 \cos \alpha_1}{2 v_\infty} \frac{X}{R_m} - \frac{v_m Y_m}{v_\infty R_m} = 0, \quad (23-60)$$

откуда

$$\angle(R_m, v_\infty) = 90 \text{ или } 270^\circ,$$

а значит, угол (фиг. 23-19)

$$\varphi_m = \alpha_\infty.$$

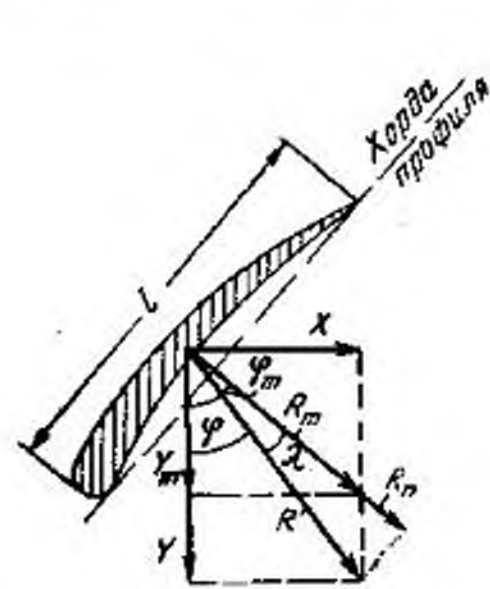
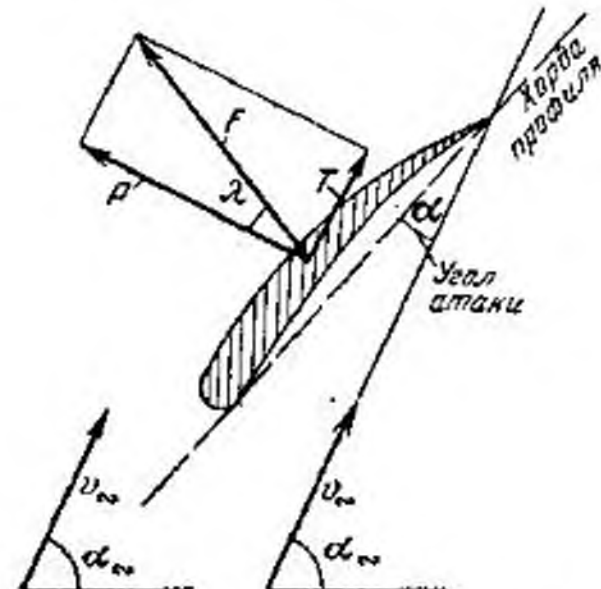
Вследствие гидравлических сопротивлений реальная величина реакции лопатки R направлена под углом $\varphi < \varphi_m$.

Обозначим:

$$\varphi = \varphi_m - \lambda. \quad (23-61)$$

Проекцию реальной силы R на нормаль к v_∞ , т. е. на направление R_m , обозначим через R_n (фиг. 23-19). Подъемной силой P называется, сила, равная R_n , но обратно направленная (фиг. 23-20).

$$|P| = |R \cos \lambda| = \frac{X \cos \lambda}{\sin(\varphi_m - \lambda)}. \quad (23-62)$$

Фиг. 23-19. К определению ска-
реакции профиля.Фиг. 23-20. Разложение силы на подь-
емную силу и лобовое сопротивление.

Подъемную силу принято выражать через коэффициент подъемной силы C_n и представлять в виде:

$$P = C_n \rho \frac{v_\infty^2}{2} \cdot bl, \quad (23-63)$$

где l — длина хорды (см. фиг. 23-19).

Проекцию силы F (равной, но противоположной R) на v_∞ (направление, перпендикулярное R_m) называют лобовым сопротивлением (см. фиг. 23-20). Обозначим ее через

$$T = F \sin \lambda = P \operatorname{tg} \lambda, \quad (23-64)$$

в то же время аналогично формуле (23-63)

$$T = C_m \rho \frac{v_\infty^2}{2} \cdot bl, \quad (23-65)$$

где C_m — коэффициент лобового сопротивления;

$$\operatorname{ctg} \lambda = \frac{P}{T} = \frac{C_n}{C_m} \quad (23-66)$$

называется качеством профиля;

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{T}{P} \quad (23-67)$$

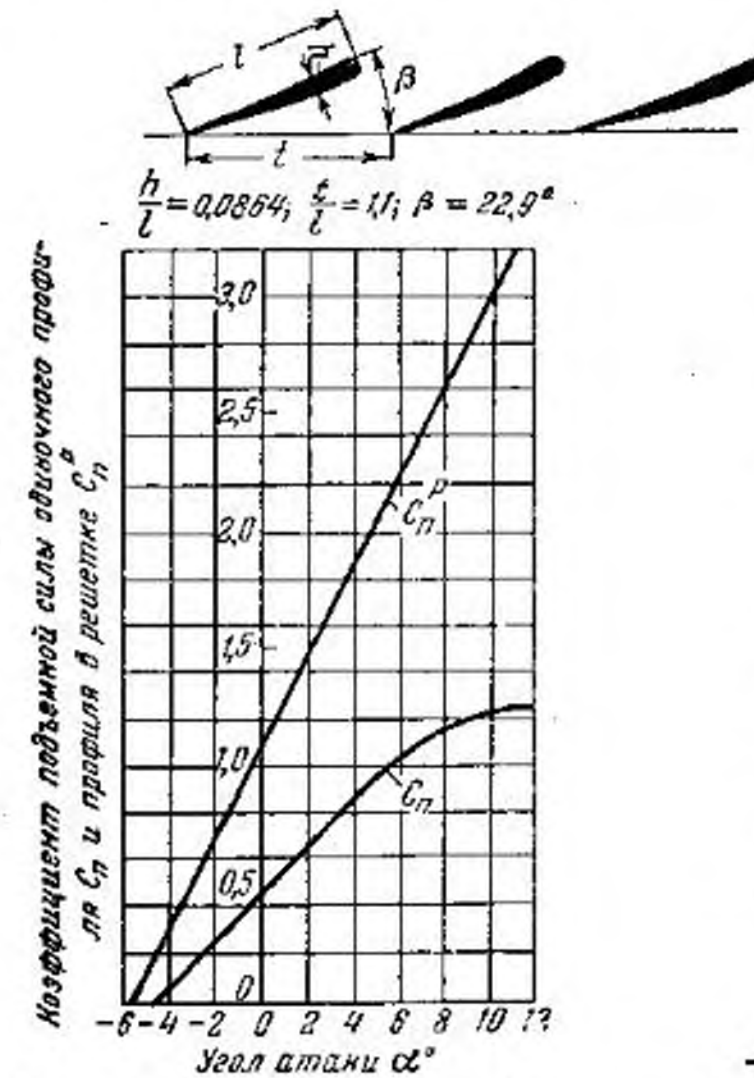
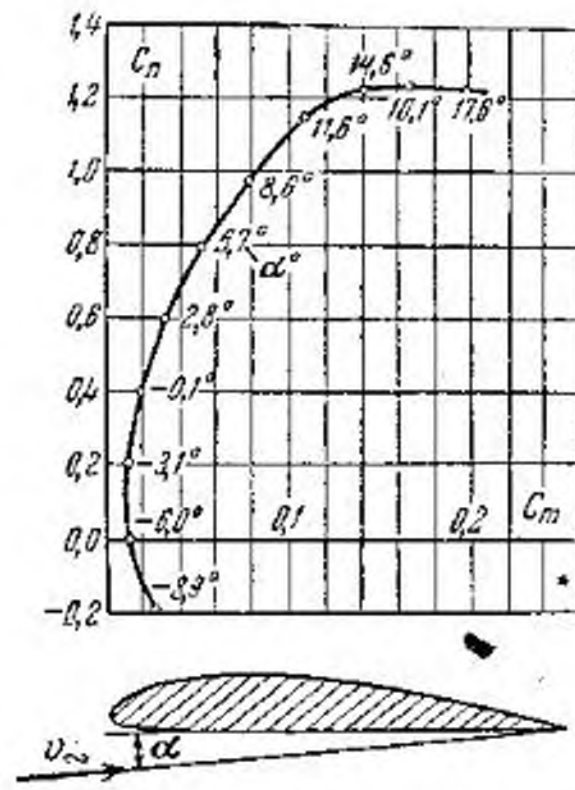
называется обратным качеством профиля.

Коэффициенты C_n и C_m найдены экспериментально для большого количества одиночных профилей, испытанием их

в аэродинамических или гидродинамических трубах¹. Исследование этих коэффициентов показывает их зависимость от угла атаки (фиг. 23-21), а также от взаимного расположения профилей; так, например, коэффициент C_n^p профиля в решетке при положительных углах атаки всегда больше одиночного C_n .

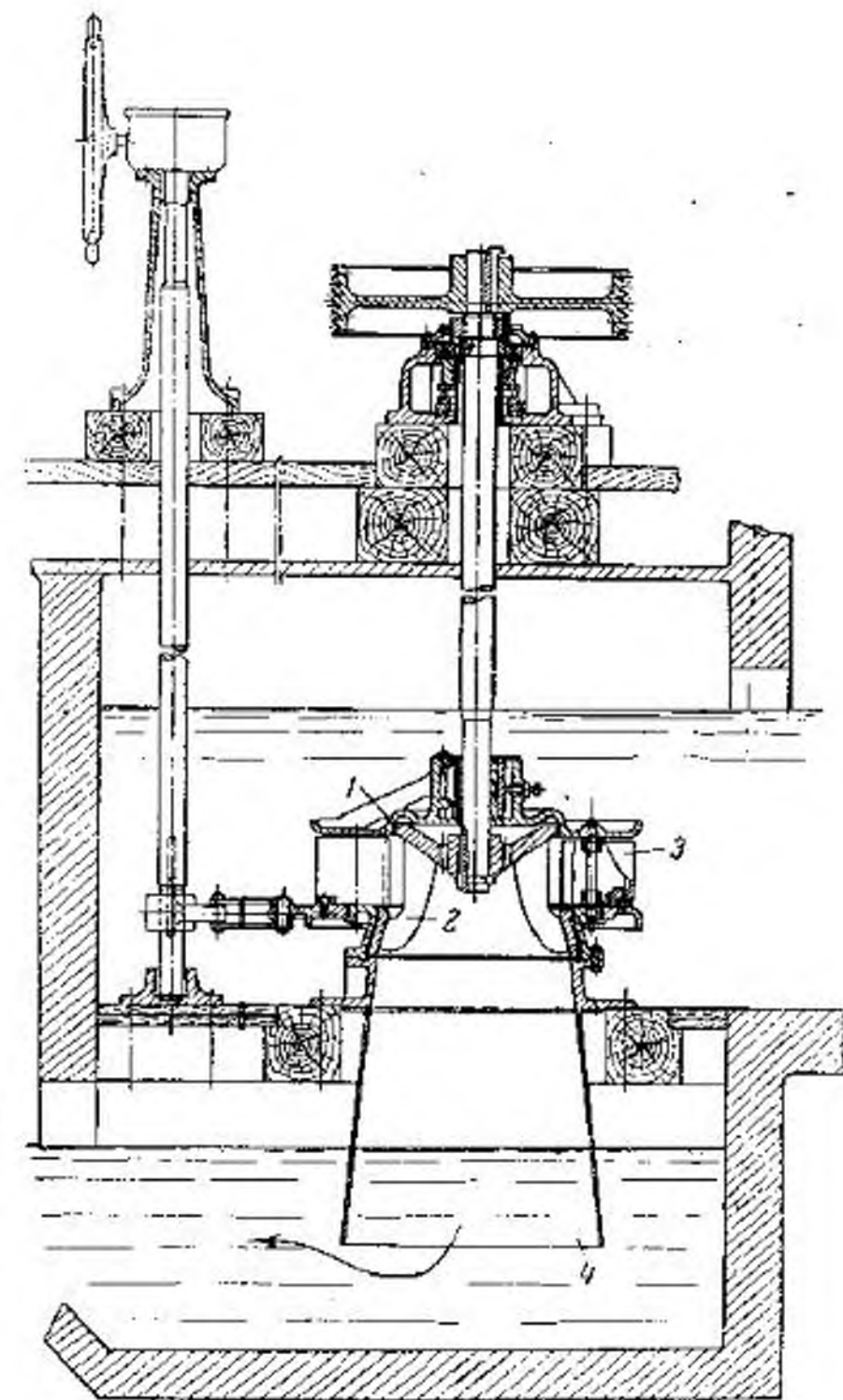
Отсутствие пологого участка у линии C_n^p объясняется тем, что отрыв потока у одиночного профиля наступает при меньших углах атаки. На фиг. 23-22 показана поляра профиля.

Гидродинамические характеристики профилей позволяют подбирать профили и углы атаки для обеспечения необходимых условий.

Фиг. 23-21. Зависимость коэффициента подъемной силы C_n одиночного профиля и профиля в решетке C_n^p от угла атаки α .Фиг. 23-22. Поляра профиля. Зависимость C_n от C_m . Каждая точка поляры соответствует определенным углам атаки.

Задача 23-1. Турбина центростремительная — осевая. Рабочее колесо 1 турбины (фиг. 23-23 и 23-24) имеет систему каналов, образованных криволинейными лопастями 2, по которым протекает жидкость, подводимая к рабочему колесу через направляющий аппарат 3, сообщаящий жидкости

¹ Всесоюзный институт гидромашиностроения (ВИГМ), Атлас гидродинамических характеристик профилей; Г. Ф. Проскура, Гидродинамика турбомашин, Машгиз, 1954, стр. 266 — 267; В. С. Квятковский, Рабочий процесс осевой гидротурбины, ч. I, Машгиз, 1951.

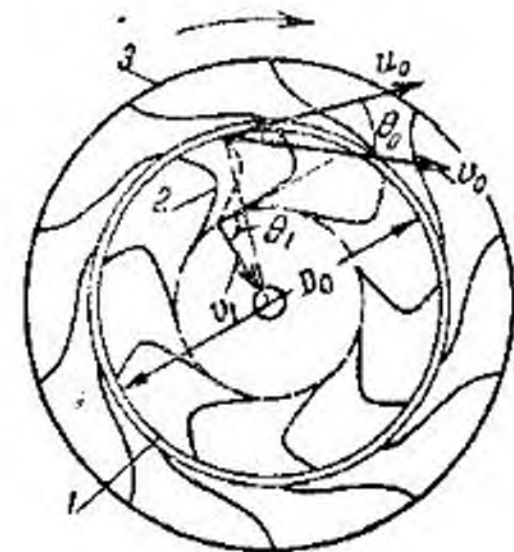


Фиг. 23-23. Турбина радиально-осевая.
1 — корпус колеса; 2 — лопасти; 3 — направляющий аппарат; 4 — отсасывающая труба. К задаче 23-1.

необходимое направление скорости v_0 . По выходе из рабочего колеса жидкость попадает в отсасывающую трубу 4 и затем в отводящий канал.

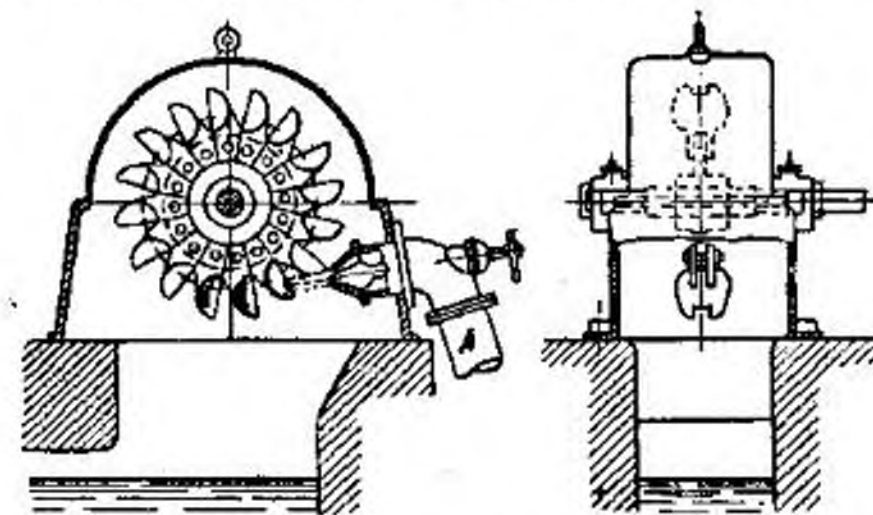
Требуется определить индикаторную мощность, которую жидкость передает турбине согласно следующим данным: расход жидкости через турбину $Q = 3 \text{ м}^3/\text{сек}$, число оборотов турбины $n = 200 \text{ об/мин}$, диаметр рабочего колеса $D_0 = 1 \text{ м}$, скорость подвода жидкости $v_0 = 9 \text{ м/сек}$, угол подвода $\theta_0 = 20^\circ$, угол отвода $\theta_1 = 90^\circ$.

Решение. Мощность, о которой идет речь в задаче, есть так называемая индикаторная мощность турбины N_i . Это есть та мощность, которую турбина воспринимает от протекающей через нее жидкости. Мощность, теряемая потоком при протекании через турбину, больше индикаторной мощности турбины на величину гидравлических потерь мощности внутри турбины. Мощность, которую турбина передает, например на вал генератора, будет меньше индикаторной мощности на величину мощности, теряемой на преодоление механических сопротивлений в турбинной установке.



Фиг. 23-24. Схема колеса турбины.

1 — корпус; 2 — лопасти; 3 — направляющий аппарат. К задаче 23-1.



Фиг. 23-25. Ковшечая турбина. К задаче 23-2.

Для определения индикаторной мощности в киловаттах воспользуемся формулой (23-45), принимая $\cos \theta_1 = 0$:

$$v_0 = \frac{\pi D_0 n}{60} = \frac{3,14 \cdot 1 \cdot 200}{60} = 10,46 \text{ м/сек.}$$

Получим (при $\beta_0 = 1$)

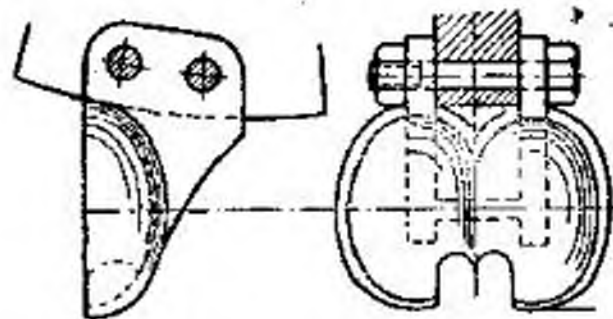
$$N_i = \frac{102}{102} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 0,94 \cdot 10,46 = 266 \text{ квт.}$$

Задача 23-2. Ковшечая турбина. Рабочее колесо турбины (фиг. 23-25) состоит из стального круглого диска, насаженного на вал и имеющего на периферии ковши, форма которых показана на фиг. 23-26.

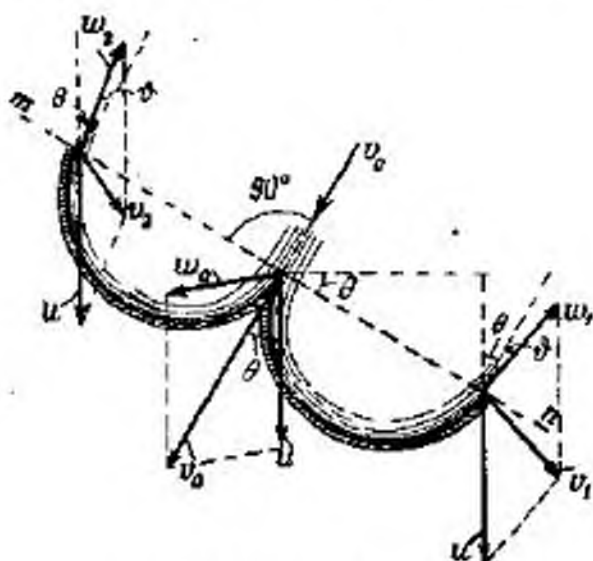
Посредством специального устройства А на ковши колеса направлена струя воды со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/сек}$. Сечение струи по выходе из насадки $\omega = 0,005 \text{ м}^2$. Расход воды $Q = \omega v_0 = 100 \text{ л/сек}$. Требуется определить

теоретическую мощность, развиваемую турбиной при 240 об/мин, принимая, что струя воды перпендикулярна (фиг. 23-27) к плоскости $m-n$ и что в свою очередь плоскость $m-n$ образует с горизонтом угол $\theta = 30^\circ$. Угол $\theta = 5^\circ$. Радиус колеса $r = 0,6$ м. Линейная скорость лопаток на радиусе r $u = r\Omega$, $u = 0,6 \cdot 8\pi = 15,07$ м/сек.

Решение. Для определения мощности, развиваемой турбиной, воспользуемся схемой ковша и потока, изображенной на фиг. 23-27.



Фиг. 23-26. Ковши турбины.
К задаче 23-2.



Фиг. 23-27. Кинематика потока
в ковше турбины. К задаче 23-2.

Принимая направление вектора скорости переносного движения u (линейная скорость на ободе колеса), как показано на фигуре, скорость относительного движения жидкости при вступлении ее на ковш колеса определим из параллелограмма скоростей по формуле

$$\omega_0 = \sqrt{v_0^2 + u^2 - 2v_0u \cos 30^\circ} = \sqrt{400 + 225 - 602,8 \cdot 0,866} = 10,15 \text{ м/сек.}$$

Определим проекцию силы давления жидкости на ковш рабочего колеса на направление u . Для этого воспользуемся уравнением (23-23), которое применительно к рассматриваемому случаю (если принять $\beta_0 = \beta_1 = 1$) может быть представлено в виде:

$$F_u = M_0 v_0 \cos \theta - M_2 [u - \omega_2 \cos(\theta - \vartheta)] - M_1 [u - \omega_1 (\cos \theta + \vartheta)],$$

где $M_1 = M_2 = 0,5M_0$;

$$M_0 = \rho \omega \omega_0 = \frac{1000}{9,81} \cdot 0,005 \cdot 10,15 = 5,14 \text{ кг сек/м}$$

или в виде

$$F_u = M_0 [(v_0 \cos \theta - u) + 0,5\omega [\cos(\theta - \vartheta) + \cos(\theta + \vartheta)]].$$

Подставляя цифры, будем иметь:

$$F_u = 5,14 [(20 \cdot 0,87 - 15,07) + 0,5 \cdot 10,15 (0,936 + 0,82)] = 56,56 \text{ кг.}$$

Мощность определим по формуле

$$N = F_u u = 56,56 \cdot 15,07 = 852,36 \text{ кгм/сек} = 11,36 \text{ л. с.}$$

Мощность будет большей, если расчет вести на массу, соответствующую полному расходу жидкости через сошло, о чем было указано на стр. 396.

Обычно направление оси струи совпадает с направлением скорости переносного движения, т. е. угол $\theta = 0$. Для этого случая

$$N = \rho Q [(v_0 - u) + \omega_1 \cos \vartheta] u,$$

а величина мощности в рассматриваемом случае оказывается равной:

$$N = 20,17 \text{ л. с.}$$

Глава двадцать четвертая

БЕЗНАПОРНОЕ УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Движение жидкости в канале или частично заполненном трубопроводе называется безнапорным движением. Особенностью его является наличие свободной поверхности с одинаковым давлением по всей ее длине.

Большой вклад в исследование безнапорных потоков внесли русские и советские ученые — Б. А. Бахметев, Н. Н. Павловский, а также И. И. Агроскин, А. Н. Ахутин, Е. А. Замарин, В. Д. Журин, М. Д. Чертоусов и многие другие. Из иностранных ученых следует отметить французского гидравлика Базена, чьи исследования распределения скоростей в реках не потеряли своего значения в наше время. В настоящей главе будут рассмотрены некоторые основные вопросы, относящиеся лишь к установившемуся безнапорному турбулентному движению.

24-1. Дифференциальное уравнение установившегося безнапорного потока

Установившийся поток в открытом русле может быть или равномерным (фиг. 24-1), или неравномерным (фиг. 24-2).

Равномерный поток по всей длине имеет одинаковую среднюю скорость. Поэтому по всей длине потока остается одинаковой и площадь живого сечения.

В неравномерном потоке вдоль потока изменяется средняя скорость, поэтому, хотя расход и остается постоянным, по длине потока изменяются площади живых сечений.

Для вывода основных уравнений будем исходить из уравнения Бернулли для потока реальной жидкости [формула (10-23)].

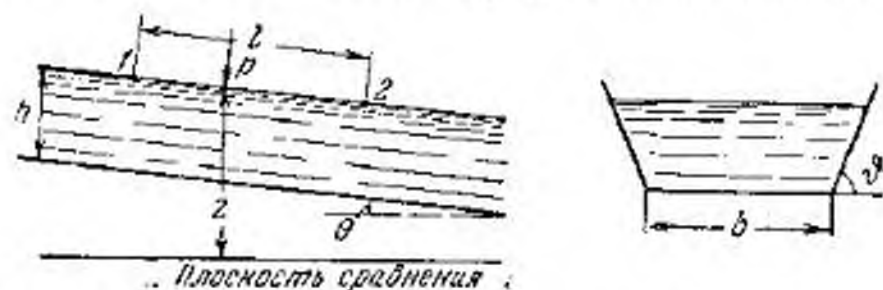
Поскольку на свободной поверхности $p = \text{const}$, это уравнение может быть представлено в виде:

$$\frac{d}{dl} \left(z + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2} \right) + J = 0, \quad (24-1)$$

где z — координата свободной поверхности.

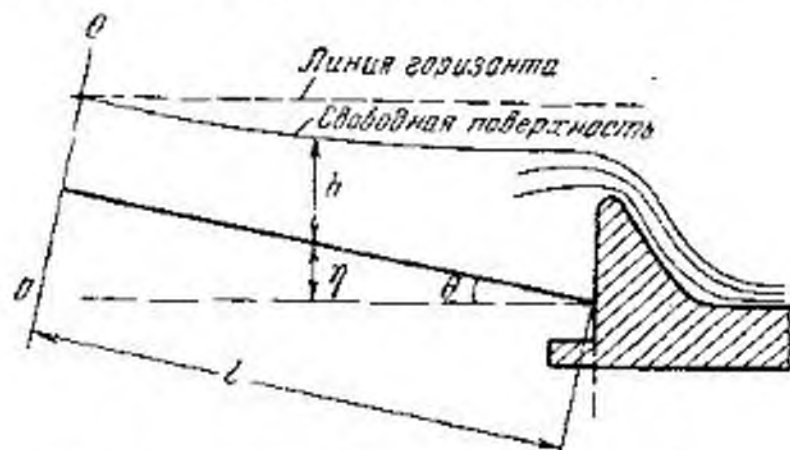
Уравнение (24-1) справедливо при условии, что в живых сечениях потока давления распределяются по гидростатическому закону. Как следует из формулы (8-29), в идеальной жидкости строго это имеет место только в прямолинейных потоках (радиус кривизны траектории равен бесконечности), имеющих плоские живые сечения. В реальной жидкости, как следует из уравнений (9-18) — (9-20), это имеет место только в прямолинейном ламинарном движении. В прямолинейном турбулентном движении

вследствие пульсаций скоростей гидростатический закон распределения давлений несколько нарушается. Вместе с тем принято считать возможным в расчетах турбулентных потоков пренебре-



Фиг. 24-1. В равномерном движении в открытом русле свободная поверхность параллельна линии дна.

гать этим незначительным нарушением и, больше того, считать возможным применять уравнение (24-1) для плоских сечений слабо расходящихся или сходящихся потоков с углами, образуемыми направлением крайних линий тока не больше 8—10°.



Фиг. 24-2. В неравномерном движении глубина потока по длине изменяется.

а также и для криволинейных потоков с очень большими радиусами кривизны. Такие потоки называются плавно изменяющимися и в них можно считать давления в плоскости живого сечения распределяющимися по законам гидростатики.

24-2. Равномерное движение

При равномерном движении ($\omega = \text{const}$) линия свободной поверхности параллельна линии дна (фиг. 24-1). Из уравнения (24-1) имеем:

$$\frac{dz}{dl} = -J, \tag{24-2}$$

где

$$J = \frac{h_\theta}{l} = \lambda \cdot \frac{1}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Интегрируя уравнение (24-2), получаем:

$$z_1 - z_2 = \lambda \cdot \frac{l}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g}. \tag{24-3}$$

Отсюда следует, что равномерное движение в канале может иметь место при

$$z_1 > z_2,$$

т. е. если канал имеет уклон.

Обозначим синус угла наклона дна русла θ через

$$i = \sin \theta. \tag{24-4}$$

Назовем скоростным коэффициентом C выражение

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} \left[\frac{m^{1/2}}{\text{сек}} \right]}. \tag{24-5}$$

Тогда скорость v можно определить по формуле

$$v = C \sqrt{Ri}. \tag{24-6}$$

Эта формула называется формулой Шези. Уравнение расхода $Q = v\omega$ представим в виде:

$$Q = K \sqrt{Ri}, \tag{24-7}$$

где

$$K = \omega C \sqrt{R} \tag{24-8}$$

называется модулем расхода и имеет тот же гидравлический смысл, что и модуль расхода в трубопроводе.

Заметим также, что при равномерном движении уклон дна канала равен гидравлическому уклону $i = J$.

Исследования А. В. Караушева показывают, что в широких реках распределение скоростей по средним вертикалям вполне удовлетворительно подчиняется формуле Базена, имеющей вид:

$$v = v_{\text{макс}} - m \left(\frac{h}{H} \right)^2 \sqrt{HJ},$$

где $v_{\text{макс}}$ — максимальная скорость по средней вертикали (приблизительно на глубине 0,3 H);

h — глубина точки относительно уровня с максимальной скоростью;

H — глубина реки;

m — коэффициент, равный по определениям Базена 24, по Буссенеску 22,3, а по исследованиям А. В. Караушева, равный 13,5.

Логарифмическая формула (14-15) дает неудовлетворительное совпадение с опытом.

24-3. Скоростной коэффициент

При расчете каналов в области квадратичного режима в настоящее время наибольшее распространение в Советском Союзе получили формулы академика Н. Н. Павловского и профессора И. И. Агроскина.

Академик Н. Н. Павловский представляет свою формулу в виде:

$$C = \frac{1}{n} R^y, \quad (24-9)$$

где
$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R} (\sqrt{n} - 0,1) \quad (24-10)$$

или в сокращенном виде:

$$C = \frac{1}{n} R^{1,5\sqrt{n}} \quad (\text{при } R < 1 \text{ м}); \quad (24-11)$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1,3\sqrt{n}} \quad (\text{при } R > 1 \text{ м}). \quad (24-12)$$

В этих формулах n — коэффициент, зависящий от степени шероховатости стенок. Его значения по данным Н. Н. Павловского приведены в табл. 24-1 для гидравлических радиусов в метрах.

В табл. 24-2 приведены значения C по Павловскому. Проф. И. И. Агроскин предложил формулу в виде:

$$C = 17,72(k + \lg R), \quad (24-13)$$

где k для R [м] имеет значение, приведенное в табл. 24-1.

Для квадратичной области может быть применена и формула (14-32), которая после замены

$$Re_d = 4Re_R = 4 \frac{vR}{\nu} \quad (24-14)$$

приводится к виду:

$$C = 20,75 + 17,72 \lg \left(\frac{R}{\Delta} \right). \quad (24-15)$$

Значения Δ приведены в табл. 24-1. Эти значения соответствуют коэффициенту k , вычисленному проф. И. И. Агроскиным применительно к формуле (24-13).

Для гладких стенок формула (14-48) приводится к виду:

$$C = 15,95 \lg \left(\frac{Re_R}{1,7} \right). \quad (24-16)$$

Промежуточная область исследована недостаточно.

Таблица 24-1
Значения коэффициента n — формулы (24-9), k — формулы (24-13) и Δ — формулы (24-15)

Род стенки	n	k	Δ , мм	Род стенки	n	k	Δ , мм
Исключительно гладкие поверхности; поверхности, покрытые эмалью или глазурью	0,009	6,26	0,0081	Средняя кирпичная кладка, облицовка из тесаного камня в средних условиях. Значительно загрязненные водостоки. Брезент по деревянным рейкам	0,015	3,76	2,574
Весьма тщательно остроганные доски, хорошо пригнанные. Лучшая штукатурка из чистого цемента	0,010	5,64	0,0339	Хорошая бутовая кладка; старая (расстроенная) кирпичная кладка; сравнительно грубая бетонировка. Исключительно гладкая, весьма хорошо разработанная скала	0,017	3,32	7,089
Лучшая цементная штукатурка (1/4 песку). Чистые (новые) гончарные, чугунные и железные трубы, хорошо уложенные и соединенные. Хорошо остроганные доски	0,011	5,12	0,1134	Каналы, покрытые толстым, устойчивым глистым слоем; каналы в плотном лессе и в плотном мяском гравии, затянутые сплошной клеистой пленкой (все притом в безукоризненном состоянии)	0,018	3,13	11,08
Нестроганные доски, хорошо пригнанные. Водопроводные трубы в нормальных условиях, без заметной инкрустации; весьма чистые водосточные трубы; весьма хорошая бетонировка	0,012	4,70	0,2955	Средняя (вполне удовлетворительная) бутовая кладка; булыжная мостовая. Каналы, весьма чисто высеченные в скале. Каналы в лессе, плотном гравии, плотной земле, затянутые клеистой пленкой (в нормальном состоянии)	0,020	2,82	22,418
Тесовая кладка в лучших условиях, хорошая кирпичная кладка. Водосточные трубы в нормальных условиях; несколько загрязненные водопроводные трубы	0,013	4,33	0,6929	Каналы в плотной глине. Каналы в лессе, гравии, земле, затянутые несплошной (местами прерываемой) клеистой пленкой. Большие земляные каналы, входящие в условиях содержания и ремонта выше средних	0,0225	2,50	46,84
Загрязненные трубы (водопроводные и водосточные); бетонировка каналов в средних условиях	0,014	4,02	1,4245				

Таблица 24-2
Значения коэффициента C по формуле Павловского (24-9)

$R \backslash h$	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
0,10	67,2	54,3	38,1	30,6	22,4	17,3	13,8	11,2
0,12	68,8	55,8	39,5	32,6	23,5	18,3	14,7	12,1
0,14	70,3	57,2	40,7	33,0	24,5	19,1	15,4	12,8
0,16	71,5	58,4	41,8	34,0	25,4	19,1	16,1	13,4
0,18	72,6	59,5	42,7	34,8	26,2	20,6	16,8	14,0
0,20	73,7	60,4	43,6	35,7	26,9	21,3	17,4	14,5
0,22	74,6	61,3	44,4	36,4	27,6	21,9	17,9	15,0
0,24	75,5	62,1	45,2	37,1	28,3	22,5	18,5	15,5
0,26	76,3	62,9	45,9	37,8	28,8	23,0	18,9	16,0
0,28	77,0	63,6	46,5	38,4	29,4	23,5	19,4	16,4
0,30	77,7	64,3	47,2	39,0	29,9	24,0	19,9	16,8
0,35	79,3	65,8	48,6	40,3	31,1	25,1	20,9	17,8
0,40	80,7	67,1	49,8	41,5	32,2	26,0	21,8	18,6
0,45	82,0	68,4	50,9	42,5	33,1	26,9	22,6	19,4
0,50	83,1	69,5	51,9	43,5	34,0	27,8	23,4	20,1
0,55	84,1	70,4	52,8	44,4	34,8	28,5	24,0	20,7
0,60	85,3	71,4	53,7	45,2	35,5	29,2	24,7	21,3
0,65	86,0	72,2	54,5	45,9	36,2	29,8	25,3	21,9
0,70	86,8	73,0	55,2	46,6	36,9	30,4	25,8	22,4
0,80	88,3	74,5	56,5	47,9	38,0	31,5	26,8	23,4
0,90	89,4	75,5	57,5	48,8	38,9	32,3	27,6	24,1
1,00	90,9	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	92,0	78,0	59,8	50,9	40,9	34,1	29,3	25,7
1,20	93,1	79,0	60,7	51,8	41,6	34,8	30,0	26,3
1,30	94,0	79,9	61,5	52,5	42,3	35,5	30,6	26,9
1,50	95,7	81,5	62,9	53,9	43,6	36,7	31,7	28,0
1,70	97,3	82,9	64,3	55,1	44,7	37,7	32,7	28,9
2,0	99,3	84,8	65,9	56,6	46,0	38,9	33,8	30,0
2,5	102,1	87,3	68,1	58,7	47,9	40,6	35,4	31,5
3,0	104,4	89,4	69,8	60,3	49,3	41,9	36,6	32,5

24-4. Гидравлически наивыгоднейшее сечение канала

Гидравлическим наивыгоднейшим сечением канала называется сечение, соотношение между поперечными размерами которого при заданной площади и уклоне обеспечивает максимальный расход.

Укажем, что гидравлически наивыгоднейшее сечение часто не является экономически наивыгоднейшим. Например, полукруглое отверстие гидравлически выгоднее прямоугольного, но благодаря большей своей стоимости оно не используется при строительстве каналов.

В гидротехнической практике в большинстве случаев применяется трапециoidalные сечения (фиг. 24-1). В качестве примера

определим гидравлически наивыгоднейшие соотношения для канала с трапециoidalным сечением, считая угол наклона откоса ϑ заданным.

Назовем коэффициентом заложения откоса величину

$$m = \operatorname{ctg} \vartheta \quad (24-17)$$

и обозначим

$$m' = 2 \cdot \operatorname{cosec} \vartheta = 2\sqrt{1+m^2}. \quad (24-18)$$

Площадь живого сечения и смоченный периметр найдем по формулам:

$$\omega = (b + mh)h, \quad (24-19)$$

$$\chi = b + m'h = \frac{\omega}{h} + (m' - m)h. \quad (24-20)$$

Из равновеликих сечений, как следует из формулы (24-8), гидравлически наивыгоднейшие соотношения должны соответствовать максимальному значению гидравлического радиуса. Поэтому гидравлически наивыгоднейшие соотношения найдем, приравняв нулю производную от $R = \frac{\omega}{\chi}$ по h . Получим:

$$\frac{dR}{dh} = \frac{dR}{d\chi} \frac{d\chi}{dh} = -\frac{\omega}{\chi^2} \left(-\frac{\omega}{h^2} + m' - m \right) = 0,$$

откуда гидравлически наивыгоднейшая высота $h_{z,n}$ при заданной площади будет равна:

$$h_{z,n} = \sqrt{\frac{\omega}{m' - m}} \quad (24-21)$$

и соответственно смоченный периметр

$$\chi_{z,n} = 2(m' - m)h_{z,n} = 2\sqrt{(m' - m)\omega}, \quad (24-22)$$

а гидравлический радиус

$$R_{z,n} = \frac{h_{z,n}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega}{(m' - m)}} \quad (24-23)$$

и ширина

$$b_{z,n} = \sqrt{\frac{(m' - 2m)^2}{m' - m} \omega}. \quad (24-24)$$

В табл. 24-3 приведены значения $h'_{z,n}$, $\chi'_{z,n}$, $R'_{z,n}$ и $b'_{z,n}$, соответствующие гидравлически наивыгоднейшим значениям при $\omega = 1$. Для получения значений, соответствующих площади ω , табличные значения надо умножить на $\sqrt{\omega}$. В этой же таблице приведены гидравлически наивыгоднейшие

Таблица 24-5
Допускаемые средние скорости в каналах¹

№ п/п.	Наименование грунтов или типов креплений	Допускаемые средние скорости, м/сек			
		при средней глубине потока			
		0,4 м	1,0 м	2,0 м	3 м и более
1	Малоплотные глины и суглинки	0,33	0,40	0,46	0,50
2	Среднеплотные глины и суглинки	0,70	0,85	0,95	1,1
3	Плотные глины и суглинки	1,0	1,2	1,4	1,5
4	Очень плотные глины и суглинки	1,4	1,7	1,9	2,1
5	Лессовые грунты средней плотности в условиях закончившихся просадок	0,6	0,7	0,8	0,85
6	Дерн свежий плашмя	0,6	0,8	0,9	1,0
7	То же, в стенку	1,5	1,8	2,0	2,2
8	Свежие хворостяные покрытия и хворостяные крепления	1,8	2,2	2,5	2,7
9	Одиночная мостовая из булыжника размером 15—20 см	2,5—2,9	3,0—3,5	3,5—4,0	3,8—4,3
10	Двойная мостовая из булыжника размером 15—20 см	3,1—3,6	3,7—4,3	4,3—5,0	4,6—5,4
11	Габбионы	до 4,2	до 5,0	до 5,7	до 6,2
12	Кладка из кирпича на цементном растворе	1,6	2,0	2,3	2,5
13	Бутовая кладка из слабых пород на цементном растворе	2,9	3,5	4,0	4,4
14	То же, из средних пород	5,8	7,0	8,1	8,7
15	Кладка из клинкера на цементном растворе	7,1	8,5	9,8	11
16	Деревянные лотки	до 25 м в секунду			

¹ Согласно нормам Главгидроэнергостроя (см. подробнее: П. Г. Киселев, Справочник по гидравлическим расчетам, Госэнергоиздат, 1950).

Согласно табл. 24-3

$$b_{2,к} = b' \sqrt{\omega} = 0,6125 \sqrt{6} = 1,5 \text{ м};$$

$$B_{2,к} = 5,12 \text{ м};$$

$$h_{2,к} = h' \sqrt{\omega} = 0,7397 \sqrt{6} = 1,81 \text{ м};$$

$$R_{2,к} = R' \sqrt{\omega} = \frac{h_{2,к}}{2} = 0,905 \text{ м};$$

$$\chi_{2,к} = \chi' \sqrt{\omega} = 2,704 \sqrt{6} = 6,6 \text{ м};$$

$C_{II} = 70$ (по Павловскому); $C_A = 70$ (по Агроскину); $C_{\phi} = 70$ (по Френкелю);

$$i = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{81}{400^2} = 5,063^{00}/_{00},$$

где $^{00}/_{00}$ означает десятичные доли.

Задача 24-2. Определить расход в канале предыдущей задачи ($i = 5,063^{00}/_{00}$), приняв $h = 1,5 \text{ м}$.

Решение. $Q = K \sqrt{i} = 276,184 \cdot 0,0225 = 6,18 \text{ м}^3/\text{сек}$, где для заданной величины h и θ

$$\omega = 4,5 \text{ м}^2;$$

$$R = 0,785 \text{ м};$$

$$C = 69,02 \text{ м}^{1/2}/\text{сек};$$

$$K = 276,184 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

24-6. Дифференциальное уравнение неравномерного плавно изменяющегося установившегося движения жидкости.

Критическая глубина

Одним из важнейших вопросов теории неравномерного движения является построение кривой свободной поверхности потока. Сначала составим дифференциальное уравнение свободной поверхности, воспользовавшись уравнением (24-1). Определим необходимые величины, а именно:

$$z = \eta + h \text{ (согласно фиг. 24-2);}$$

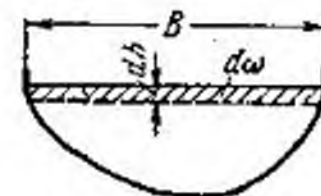
$$\frac{d\eta}{dl} = -i \text{ (где } i = \sin \theta);$$

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^3} \right) = - \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^3} \cdot \frac{d\omega}{dh} \cdot \frac{dh}{dl};$$

$$d\omega = B dh \text{ (фиг. 24-3),}$$

откуда

$$\frac{d\omega}{dh} = B.$$



Фиг. 24-3. Сечение призматического русла.

Подставляя найденные значения в уравнение (24-1) и преобразовывая его, получим:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - J}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}} \quad (24-25)$$

Ввиду того, что исследуемое движение является плавно изменяющимся, считается возможным его гидравлический уклон определить по формулам для равномерного движения, т. е. считать, что

$$J = \frac{Q^2}{K^2}.$$

В этом случае уравнение (24-25) можно представить в виде:

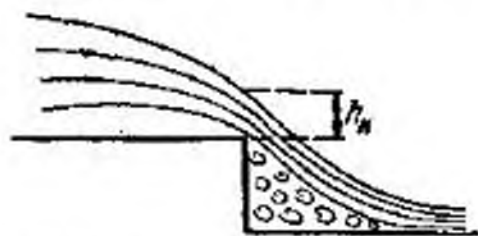
$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - Q^2/K^2}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}} \quad (24-26)$$

Это и есть дифференциальное уравнение свободной поверхности. Из этого уравнения следует, что в зависимости от соотношения числителя и знаменателя глубина потока по длине изменяется: или увеличивается, или уменьшается. Особый интерес представляет то сечение потока, для которого

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} = 1. \quad (24-27)$$

Назовем это сечение критическим, а глубину потока в этом сечении критической глубиной h_k .

Заметим, что соотношение (24-27) может иметь место и при равномерном движении. Уклон равномерного потока, удовле-



Фиг. 24-4. Поток жидкости на перепаде.



Фиг. 24-5. Поток жидкости при гидравлическом прыжке.

творяющего условию (24-27), называется критическим уклоном. Величину критического уклона можно определить из формулы (24-27), подстановкой $Q^2 = K^2 i_k$. Получим:

$$i_k = \frac{g \omega^3}{\alpha B K^2} = \frac{g \omega^3}{\alpha B C^2 \omega^2 R} = \frac{g}{\alpha C^2 B} \cdot \frac{\omega}{R}. \quad (24-28)$$

Поток называется бурным, если его глубина меньше h_k . Поток называется спокойным, если его глубина больше h_k .

Далее будет показано, что в критическом сечении глубина потока или достигает своего минимума (h_k) (фиг. 24-4), если она до него в направлении течения уменьшалась, или претерпевает разрыв непрерывности, происходит гидравлический прыжок (фиг. 24-5), если глубина до этого сечения в направлении течения повышалась. При гидравлическом прыжке свободная поверхность потока скачкообразно повышается, что сопровождается резким увеличением глубины потока. Течение переходит от больших скоростей (от бурного потока) к меньшим скоростям (к спокойному потоку).

24-7. Энергия сечения

Понятие критической глубины имеет тесную связь с так называемой энергией сечения.

Энергией сечения — \mathcal{E} — называется удельная энергия потока,

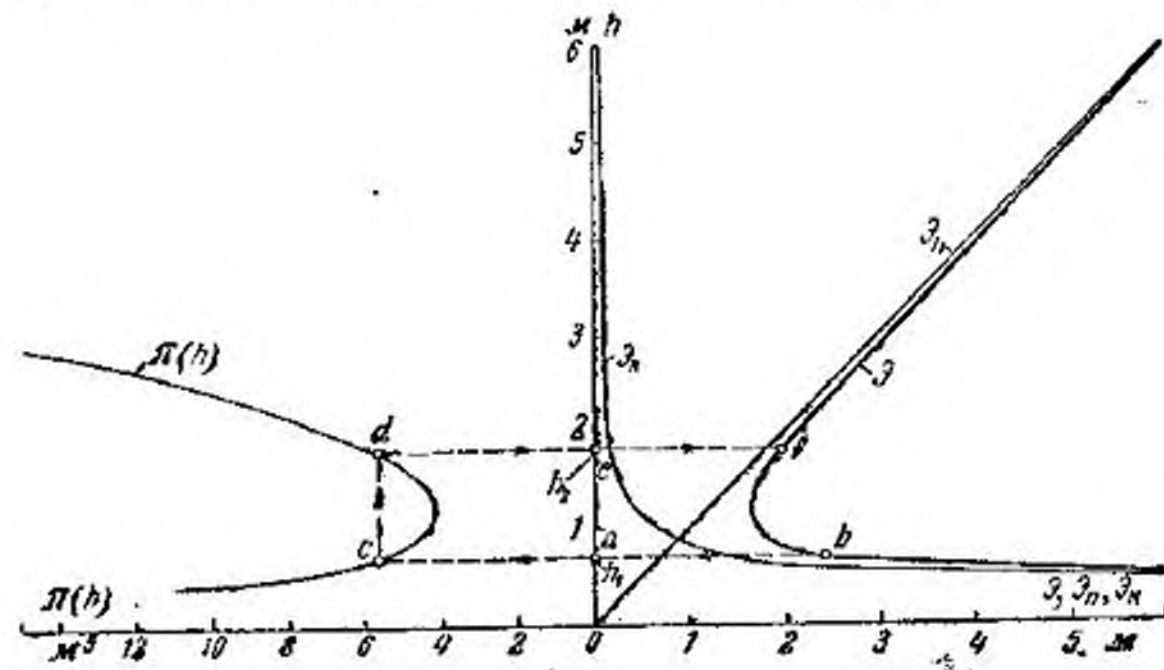
соответствующая избыточному давлению и вычисленная относительно самой нижней точки рассматриваемого сечения

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha v^2}{2g},$$

или

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g \omega^2}. \quad (24-29)$$

Таким образом, при вычислении \mathcal{E} в каждом живом сечении выбирается своя плоскость сравнения. В этом и заключается различие между энергией сечения \mathcal{E} и полной удельной энергией



Фиг. 24-6. Энергетические линии и прыжковая функция для канала трапециoidalного профиля, соответствующие $Q = 9 \text{ м}^3/\text{сек}$, $\theta = 45^\circ$, и $b = 1,5 \text{ м}$.

потока E , при вычислении которой для всех сечений выбирается одна и та же горизонтальная плоскость.

Для трапециoidalного русла согласно формуле (24-19)

$$\mathcal{E} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g h^2 [b + h m]^2}. \quad (24-30)$$

Если русло потока имеет горизонтальное дно, уровень которого принять за уровень плоскости сравнения, то энергию сечения можно рассматривать как полную удельную энергию потока.

Из фиг. 24-6, на которой показана зависимость для трапециoidalного русла

$$\mathcal{E} = f(h),$$

следует, что удельная энергия сечения имеет минимум при некоторой глубине наполнения.

Для определения этой глубины приравняем нулю производную

$$\frac{d\mathcal{E}}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{d\omega}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = 0,$$

откуда

$$1 = \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}. \quad (24-31)$$

Сопоставляя формулу (24-31) с формулой (24-27), найдем, что минимального значения \mathcal{E} достигает при критической глубине. Заметим еще раз, что если дно потока горизонтально, то в критическом сечении минимальное значение имеет и полная удельная энергия. Этот важный вывод имеет существенное значение при исследовании многих явлений; два таких явления будут рассмотрены.

24-8. Формы свободной поверхности

Форма свободной поверхности зависит от многих условий, которые подробно рассматриваются в специальных учебниках по гидравлике¹.

Здесь рассмотрим формы свободной поверхности только при пологом уклоне, т. е. при $i < i_k$.

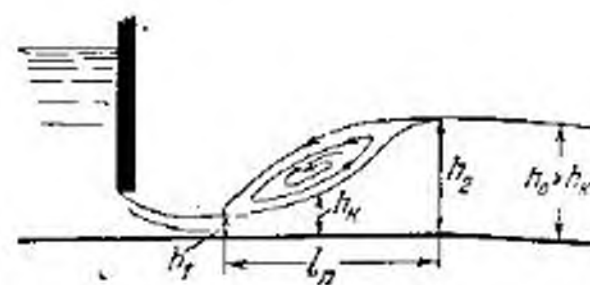
I случай. Равномерное спокойное движение жидкости, совершавшееся с нормальной глубиной $h_0 > h_k$, нарушено устройством плотины (см. фиг. 24-2). Анализ уравнения (24-26) показывает, что глубины потока увеличиваются по направлению течения с h_0 до h , а свободная поверхность только, понижаясь, стремится к горизонтальной плоскости.

II случай. Равномерное движение жидкости нарушено устройством перепада (см. фиг. 24-4).

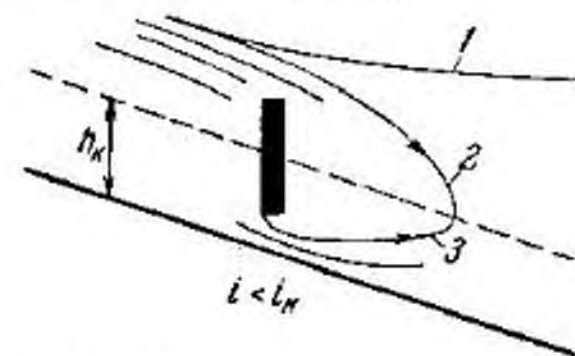
Свободная поверхность жидкости в своем стремлении к понижению в этом движении не может на пороге опуститься ниже критической глубины, так как в противном случае критическая глубина h_k установилась бы где-то на пороге и движение на оставшейся части порога могло бы происходить только с подбодом энергии извне. Таким образом, расход на перепаде при плавно изменяющемся движении будет соответствовать минимуму энергии на его конце. Заметим, что так как на конце порога движение становится криволинейным, сделанный выше вывод оказывается верным лишь приблизительно.

III случай. Гидравлический прыжок. Жидкость вытекает из-под затвора в бурном состоянии (фиг. 24-7) в канал, в котором равномерное движение является спокойным ($h_0 > h_k$). Стремясь

к равномерному движению, поток в некотором сечении должен достичь глубины h_k и затем ее превзойти. Такой переход может быть совершен только через гидравлический прыжок.



Фиг. 24-7. Сопражение потока из-под затвора с потоком в русле происходит посредством гидравлического прыжка.



Фиг. 24-8. Различные случаи формирования свободной поверхности. 1 — в потоке, подпертом плотиной; 2 — в потоке на перепаде; 3 — в потоке из-под затвора.

В этом случае на длине прыжка l_n происходит резкий переход от глубины $h_1 < h_k$ к глубине $h_2 > h_k$. Глубины h_1 и h_2 называются взаимными глубинами. Их разность называется высотой прыжка.

На фиг. 24-8 совмещены все три формы свободной поверхности.

24-9. Уравнение прыжка

Рассмотрим случай прыжка на горизонтальном участке. Как следует из фиг. 24-6, повышение глубины потока до h_k сопровождается уменьшением энергии потока. Поэтому такое движение потока физически возможно.

После достижения потоком глубины h_k и при ее дальнейшем росте энергия потока начинает возрастать. Такое движение физически могло бы иметь место только в том случае, если бы извне к жидкости подводилась энергия, необходимая не только для компенсации ее увеличившейся части, но и для покрытия потерь вследствие гидравлических сопротивлений. Так как никакого подвода энергии нет, то единственный способ дальнейшего движения — это прыжок, позволяющий перейти на верхнюю ветвь энергетической линии. Такой переход всегда сопровождается значительной потерей гидравлической энергии. Поэтому энергия потока \mathcal{E}_1 (соответствующая глубине h_1) всегда будет больше энергии потока \mathcal{E}_2 , при глубине h_2 (фиг. 24-5), вследствие чего гидравлический прыжок должен произойти обязательно при глубинах, меньших h_k , для того, чтобы поток располагал до прыжка некоторым резервом энергии, необходимой для преодоления потерь в прыжке.

Уравнение прыжка выражает зависимость между взаимными глубинами. Для получения этого уравнения рассмотрим прыжок

¹ И. И. Агроскин, Г. Т. Дмитриев, Ф. И. Пикалов, Гидравлика, Госэнергоиздат, 1954; М. Д. Чертоусов, Специальный курс гидравлики, Госэнергоиздат, 1949.

в горизонтальном русле и воспользуемся теоремой об изменении количества движения в форме, аналогичной внезапному расширению (см. § 15-2). Внешними силами трения пренебрегаем.

В рассматриваемом случае (фиг. 24-5) за p_1 и p_2 могут быть взяты избыточные давления в центре тяжести сечений ω_1 и ω_2 . В этом случае

$$p_1 = \gamma h_{T1} \quad \text{и} \quad p_2 = \gamma h_{T2}.$$

Имея в виду, что

$$Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2,$$

будем иметь:

$$\beta_2 \rho v_2^2 \omega_2 - \beta_1 \rho v_1^2 \omega_1 = p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2. \quad (24-32)$$

Подставляя в уравнение (24-32) необходимые величины, получим:

$$\beta_1 \frac{Q^2}{g \omega_1} + h_{T1} \omega_1 = \beta_2 \frac{Q^2}{g \omega_2} + h_{T2} \omega_2. \quad (24-33)$$

Выражения

$$\beta \frac{Q^2}{g \omega} + h_T \omega = \pi(h) \quad (24-34)$$

называются прыжковой функцией. Из уравнения (24-33) следует, что прыжковая функция $\pi(h)$ имеет одно и то же значение в обоих сечениях прыжка. Прыжковая функция показана на фиг. 24-6 слева. Легко показать и аналитически, что минимум прыжковой функции соответствует критической глубине.

Уравнение прыжка может быть представлено в виде:

$$\pi(h_1) = \pi(h_2). \quad (24-35)$$

Фиг. 24-6 позволяет весьма просто определять взаимные глубины, а также находить потери энергии в прыжке, если одна из взаимных глубин известна. Например, чтобы найти глубину h_2 и соответствующие прыжку потери по заданной h_1 , надо (фиг. 24-6) из точки a провести вправо и влево горизонталь до пересечения ее с энергетической линией и прыжковой функцией в точках b и c .

Точка c позволит определить значение прыжковой функции, а точка b значение энергии в первом сечении прыжка. Из точки c провести вертикаль до пересечения с верхней ветвью прыжковой функции в точке d . Горизонталь def точкой e определяет взаимную глубину h_2 , а точкой f определяет энергию во втором сечении прыжка — \mathcal{E}_2 . Разность энергий $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ равна потерям удельной энергии в прыжке.

24-10. Интегрирование дифференциального уравнения свободной поверхности

Прежде чем интегрировать уравнение (24-26), выразим расход Q через модуль расхода K_0 , соответствующий равномерному движению

$$Q^2 = K_0^2 i. \quad (24-36)$$

При этом уравнение может быть представлено в виде:

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - K_0^2/K^2}{1 - \frac{\alpha i K_0^2 B}{g \omega^3}}. \quad (24-37)$$

Разделяя переменные, будем иметь:

$$idl = \frac{1 - \frac{\alpha i K_0^2 B}{g \omega^3}}{1 - K_0^2/K^2} dh.$$

Величина $\frac{g \omega^3}{B}$ может быть выражена через так называемый критический уклон согласно формуле (24-28)

$$\frac{g \omega^3}{B} = K^2 i_c. \quad (24-38)$$

В связи с этим дифференциальное уравнение может быть представлено в виде:

$$idl = \frac{1 - \frac{i}{i_c} \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \frac{K_0^2}{K^2}} dh;$$

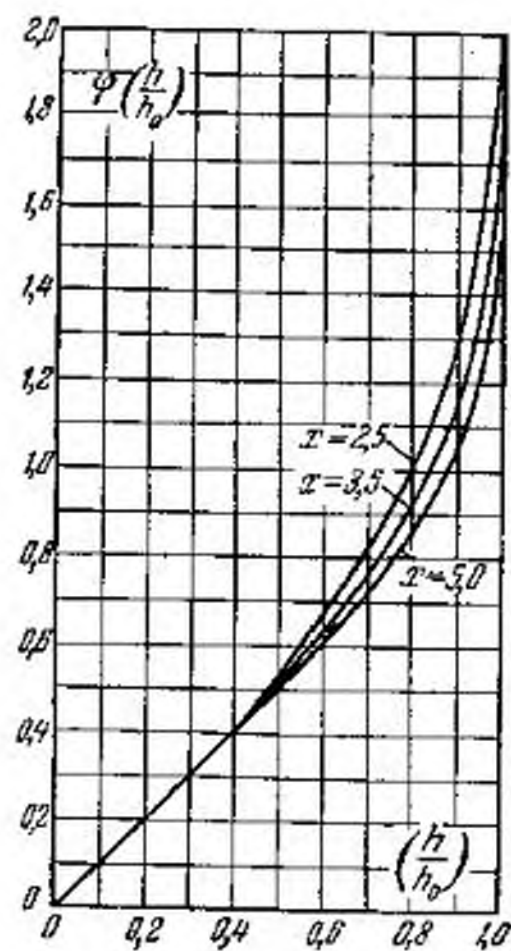
или после элементарных преобразований в виде:

$$idl = dh + \left(1 - \frac{i}{i_c}\right) \frac{dh}{\frac{K^2}{K_0^2} - 1}. \quad (24-39)$$

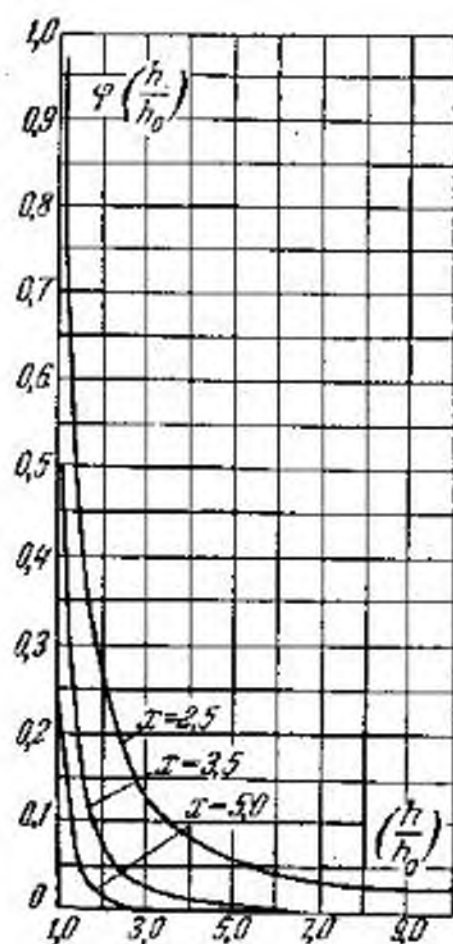
Как показывают исследования, отношение K/K_0 может быть выражено в зависимости от $\left(\frac{h}{h_0}\right)^x$:

$$\left(\frac{K}{K_0}\right)^2 = \left(\frac{h}{h_0}\right)^x, \quad (24-40)$$

где h_0 — глубина, соответствующая равномерному движению. Показатель степени x зависит от формы живого сечения, изменяясь, например, в призматических руслах в пределах от $x=2$



Фиг. 24-9. Зависимость $\varphi\left(\frac{h}{h_0}\right)$ от $\frac{h}{h_0} < 1$.



Фиг. 24-10. Зависимость $\varphi\left(\frac{h}{h_0}\right)$ от $\frac{h}{h_0} > 1$.

(глубокий прямоугольный канал) до $x=5,5$ (треугольный канал). В трапецидальных каналах $x=3 \div 4$. Подставляя значение K/K_0 из формулы (24-40) в уравнение (24-39), получим:

$$i dl = h_0 \left[d\left(\frac{h}{h_0}\right) + \left(1 - \frac{i}{i_{\kappa\kappa}}\right) \cdot \frac{d\left(\frac{h}{h_0}\right)}{\left(\frac{h}{h_0}\right)^x - 1} \right]. \quad (24-41)$$

Разбивая поток на участки δl с интервалами $h_2 - h_1$ по глубине, в пределах которых отношение уклонов $i/i_{\kappa\kappa}$ можно рассматривать как постоянное, найдем после интегрирования

$$i \delta l = h_0 \left[\left(\frac{h_2}{h_0}\right) - \left(\frac{h_1}{h_0}\right) + \left(1 - \frac{i}{i_{\kappa\kappa}}\right) (\varphi_2 - \varphi_1) \right], \quad (24-42)$$

$$\text{где } \varphi = \int \frac{d\left(\frac{h}{h_0}\right)}{\left(\frac{h}{h_0}\right)^x - 1}.$$

Значения φ обычно приводятся в таблицах и показаны на фиг. 24-9 и 24-10.

Для каналов с нулевым уклоном ($i=0$), что весьма часто имеет место вблизи гидротехнических сооружений, уравнение (24-1) приводится к виду (так как $\frac{d\eta}{dl} = 0$):

$$\frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} \frac{dh}{dl} + \frac{Q^2}{K^2} = 0. \quad (24-43)$$

Теперь расход Q выразим через критический уклон $i_{\kappa\kappa}$, который превращает движение с расходом Q в критическое при критической глубине h_{κ} .

В этом случае

$$Q^2 = K_{\kappa}^2 i_{\kappa\kappa}. \quad (24-44)$$

Величина $B/g\omega^3$ попрежнему равна:

$$\frac{g\omega^3}{B} = \alpha i_{\kappa} K^2. \quad (24-45)$$

После подстановки значений в уравнение (24-43), получим:

$$\frac{dh}{dl} \cdot \left(1 - \frac{i_{\kappa\kappa} h_{\kappa}^x}{i_{\kappa} h^x}\right) = -i_{\kappa\kappa} \frac{h_{\kappa}^x}{h^x} \quad (24-46)$$

и окончательно

$$dl = \frac{h_{\kappa}}{i_{\kappa\kappa}} \left[\frac{i_{\kappa\kappa}}{i_{\kappa}} - \left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right)^x \right] d\left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right),$$

откуда

$$\delta l = \frac{h_{\kappa}}{i_{\kappa\kappa}} \left\{ \frac{i_{\kappa\kappa}}{i_{\kappa}} \left[\left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right)_2 - \left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right)_1 \right] + \frac{1}{x+1} \left[\left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right)_1^{x+1} - \left(\frac{h}{h_{\kappa}}\right)_2^{x+1} \right] \right\}. \quad (24-47)$$

Глава двадцать пятая

ВОДОСЛИВЫ

Водосливом называется преграда на пути потока жидкости (плотина или стенка, перегораживающая канал) в той ее части, через которую переливается жидкость. Практическое значение водосливов чрезвычайно велико. Они являются важными элементами гидротехнических сооружений, а некоторые их типы широко применяются как весьма точные приборы для измерения расходов в гидравлических и гидротехнических лабораториях и в ряде других случаев.

Большой вклад в изучение потока через водослив внесли русские и советские ученые В. Брашман, Б. А. Бахметев, Н. Н. Павловский, Г. Ф. Проскура, М. Д. Чертоусов, а также М. З. Абрамов, А. Н. Ахутин, А. Р. Березинский, П. Г. Киселев,

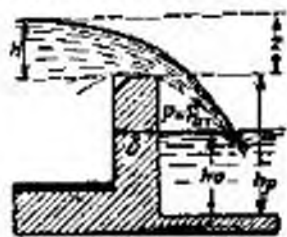
Д. И. Кумин, С. А. Офицеров, Ф. И. Пикалов, Н. П. Розанов, Г. И. Сухомел, А. И. Шварц и многие другие.

Из иностранных ученых следует отметить французского ученого Базена, чьи исследования не потеряли своего значения до настоящего времени, а также Кригера, Томсона, Френсиса.

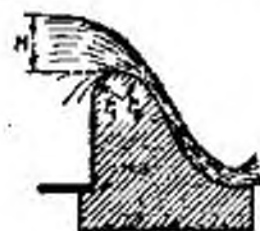
25-1. Классификация водосливов

Несмотря на большое разнообразие, водосливы классифицируются по четырем главнейшим признакам: I — по форме порога; II — по форме сливного отверстия; III — по расположению порога в плане; IV — по характеру струи.

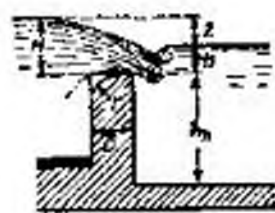
По форме порога водосливы принято делить на водосливы практического профиля (фиг. 25-1—25-4), водосливы с широким



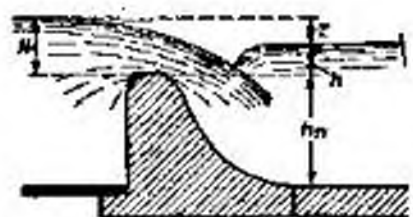
Фиг. 25-1. Водослив практического профиля, прямоугольный незатопленный.



Фиг. 25-2. Водослив практического профиля, криволинейный, незатопленный.



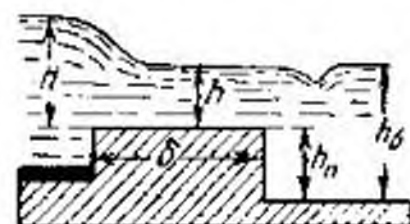
Фиг. 25-3. Водослив практического профиля, прямоугольный, затопленный.



Фиг. 25-4. Водослив практического профиля, криволинейный, затопленный.



Фиг. 25-5. Водослив с широким порогом, незатопленный.



Фиг. 25-6. Водослив с широким порогом, затопленный.

порогом (фиг. 25-5—25-6) и водосливы с тонкой стенкой (см. фиг. 11-1).

Наиболее полно изучены водосливы, имеющие прямоугольное и треугольное сливные отверстия в тонкой стенке, расположенной перпендикулярно к потоку. Достаточно удовлетворительно исследованы водосливы практических профилей, которые мало чем отличаются с гидравлической точки зрения от водосливов с тонкими стенками. Сравнительно мало исследованы водосливы с широким порогом.

25-2. Движение жидкости через водослив с тонкой стенкой

Для ребра водослива может быть взят заостренный железный лист. К водосливу с тонкой стенкой жидкость подходит со всех сторон; благодаря этому перед ребром водослива (см.

фиг. 11-1) траектории частиц жидкости криволинейны. За ребром водослива происходят вертикальное сжатие струи и небольшой подъем струи снизу. Сжатие струи будет большим при меньших значениях угла θ ; кроме того, на величине сжатия будет сказываться и значение отношения $\frac{H}{h_n}$. Для вертикального водослива наибольший подъем струи снизу равен $0,11 H$. Точка наибольшего подъема от плоскости стенки находится на расстоянии $0,27 H$.

Благодаря увеличению скорости уровень поверхности потока будет понижаться. По Базену на расстоянии $3 H$ от гребня водослива понижение уровня $\delta H = 0,003 H$, у самого гребня $\delta H = 0,15 H$.

Можно считать, что на расстоянии $1,09 H$ от стенки происходит выпрямление траектории частиц струи и в этом сечении скорости частиц почти параллельны. Распределение давления (избыточного) и скоростей в вертикальном сечении, соответствующем точке k , показано на фиг. 11-1.

Если уровень воды непосредственно за стенкой водослива h_0 выше гребня стенки h_n , водослив называется затопленным.

Можно считать, что при этом водослив затоплен, если

$$\left(\frac{z}{h_n}\right) < \left(\frac{z}{h_n}\right)^*, \quad (25-1)$$

где $\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$ может быть взято по табл. 25-1.

Таблица 25-1

Значения $\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$ в зависимости от $\frac{H}{h_n}$ для водослива с тонкой стенкой

H/h_n	0	0,2	0,5	1,25	2	3
$\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$	1	0,825	0,725	0,675	0,71	0,85

Особые формы струи. Если водослив ограничен с боков направляющими стенками, препятствующими притоку воздуха под струю, то благодаря тому, что движущаяся жидкость увлекает за собой воздух, под струей образуется вакуум. Вследствие этого струя отжимается к стенке. Кроме того, благодаря вакууму пространство под струей частично заполняется водой. Происходит

подсасывание жидкости под струю. Водослив с отжатой струей существует при условии, что или

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} H &\geq 0,4h_n, \\ H &< 0,4h_n, \end{aligned} \right\} \quad (25-2)$$

$$\text{но и} \quad z < 2H. \quad (25-3)$$

В том случае, если $H > 0,4h_n$ и $z > 0,75h_n$, получается струя с отогнутым прыжком.

Отогнутый прыжок не оказывает влияния на расход водослива.

Вакуум в пространстве под сливной струей может достичь такого предела, при котором струя или прилипает к стенке водослива, или все пространство под сливной струей заполняется жидкостью. Водослив с прилипшей струей существует при условии, что обязательно

$$H > 0,4h_n \quad \text{и} \quad z < 0,75h_n. \quad (25-4)$$

Если при указанных соотношениях все же желательно иметь водослив со свободной струей, необходимо создать условия, при которых струя не касалась бы боковых стенок, а в случае касания их — подвести под струю трубу, сообщаемую с атмосферой, и обеспечить свободный приток воздуха. Как заполнение струи снизу, так и прилипание струи способствуют увеличению расхода.

В табл. 25-2 приведены соотношения между расходами через водосливы с тонкой стенкой при различных сливных струях $H_n = 0,75$ м и $H = 0,4$ м.

Таблица 25-2

Соотношения между расходами в зависимости от характера сливной струи для водослива с тонкой стенкой

$$H_n = 0,75 \text{ м и } H = 0,4 \text{ м}$$

Характер сливной струи	Вентилируемая струя (свободная)	Отжатая струя	Заполненная снизу струя	Прилипшая струя
Расход	Q	$1,07 Q$	$1,16 Q$	$1,28 Q$

Из рассмотрения табл. 25-2 следует, что с точки зрения расхода наиболее целесообразным водосливом является водослив с прилипшей струей. Менее целесообразным — водослив со свободной струей. Вместе с тем водослив со свободной струей благодаря устойчивости режима истечения является наиболее желательным, если им пользуются в качестве измерительного прибора.

25-3. Основная расчетная формула водослива с тонкой стенкой

Водослив с тонкой стенкой можно рассматривать как истечение из отверстия в боковой стенке, верхний контур которого находится выше горизонта переливающегося потока. На этом основании при выводе основных зависимостей, характеризующих водослив, пользуются методом исследования вопросов истечений через большое отверстие в боковой стенке (§ 20-4).

Если отверстие постоянной ширины, для определения расхода служит формула (20-41) при $h_1 = 0$ и $h_2 = H$:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right], \quad (25-5)$$

отбрасывая член $\frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}$, что будет компенсировано соответствующим изменением μ , получим:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)^{3/2}. \quad (25-6)$$

Для отверстия симметричной треугольной формы рассуждения, аналогичные предыдущим, приводят к формуле

$$Q = \frac{8}{15} \mu \frac{b}{H} \sqrt{2g} \left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)^{3/2}. \quad (25-7)$$

Обозначая напор на водосливе через H_0 ,

$$H_0 = H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}. \quad (25-8)$$

Заменим обе формулы общей:

$$Q = m b \sqrt{2g} H_0^{3/2}, \quad (25-9)$$

в которой m — коэффициент расхода водослива:

$$m = \frac{2}{3} \mu \quad \text{для отверстия постоянной ширины;}$$

$$m = \frac{8}{15} \mu \left(1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2gH} \right) \quad \text{для отверстия треугольного.}$$

Некоторые исследователи представляют формулу для расхода в виде:

$$Q = m \left(1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2gH} \right)^{3/2} b \sqrt{2g} H^{3/2}, \quad (25-10)$$

где

$$m \left(1 + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2gH} \right)^{3/2} = m_0. \quad (25-11)$$

В формуле (25-10) скорость подхода учитывается коэффициентом расхода m_0 по формуле (25-11).

Для прямоугольного водослива с вертикальной тонкой стенкой среднее значение коэффициента расхода $m \approx 0,42$. Для треугольного водослива с симметричным отверстием и углом 90° среднее значение $m = 0,318$. Подробнее см. табл. 25-3.

Таблица 25-3

Расчетные формулы для коэффициента расхода водосливов с тонкой стенкой

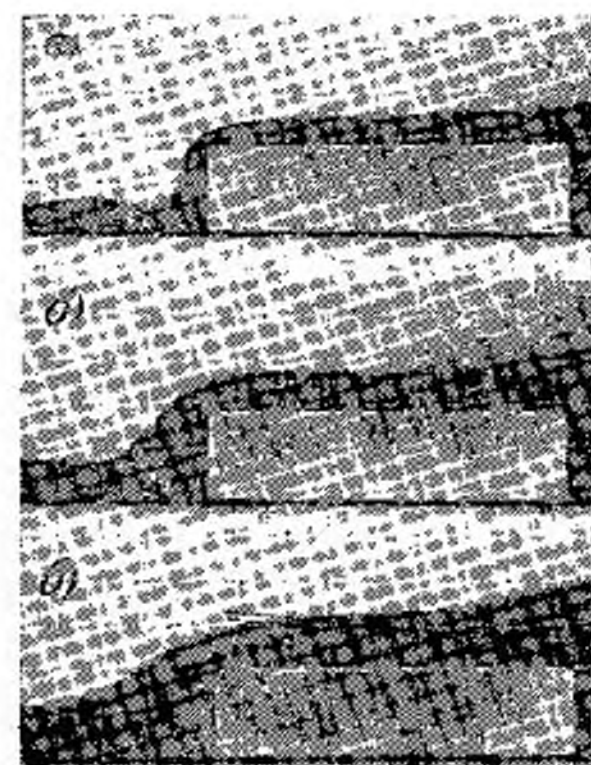
№ ш/л.	Тип водослива	Формула коэффициента расхода
1	Незатопленный прямоугольный водослив с вертикальной тонкой стенкой без бокового сжатия (фиг. 11-1) $H_p \leq 1,13$ м; $b = 2$ м; $H \leq 1,24$ м	Формула Базена—Эгля $m_0 = \left(0,405 + \frac{0,0027}{H}\right) \times \left[1 + 0,55 \left(\frac{H}{H + H_n}\right)^2\right]$
2	Затопленный прямоугольный водослив с вертикальной тонкой стенкой без бокового сжатия	Формула Базена $m_{0\text{ зат}} = 1,05 m_{0\text{ з}} = 1,05 \cdot m_0 \left(1 + 0,2 \frac{h_n - h_c}{h_n}\right) \cdot \sqrt{\frac{z}{H}}$
3	Незатопленный прямоугольный водослив с наклонной тонкой стенкой без бокового сжатия Угол наклона θ	Формула Базена $m_{0\theta} = \kappa m_0$, где $\kappa = 0,925$ при $\theta = 45^\circ$ $\kappa = 0,958$ при $\theta = 71,5^\circ$ $\kappa = 1,045$ при $\theta = 108,5^\circ$ $\kappa = 1,115$ при $\theta = 135^\circ$
4	Незатопленный треугольный водослив с тонкой стенкой с углом $\alpha = 90^\circ$	По опытам Томсона $Q = 1,4 H^{2,5}$ для H от 0,05 до 0,25 м По опытам Барра в среднем $Q = 1,39 H^{2,5}$ для H от 0,075 до 0,25 м По опытам Кинга $Q = 1,343 H^{2,47}$ для H от 0,05 до 0,55 м
5	Водослив трапециoidalный $b > 3H_0$	$m = 0,42$

25-4. Движение жидкости через водослив с широким порогом

Начиная с расстояния от порога, приблизительно равного $3H$, происходит постепенное понижение уровня жидкости, обусловливаемое увеличением скорости течения. В общем случае движение жидкости через водослив с широким порогом ($\delta/H > 3$) следует рассматривать (фиг. 25-5 и 25-6) как установившееся неравномерное движение в открытом, но коротком русле. Как показывает опыт, форма свободной поверхности жидкости на пороге зависит от отношений δ/H . Кроме того, форма поверхности зависит от уровня жидкости в нижнем бьефе h_c .

Рассмотрим случай, когда уровень нижнего бьефа не влияет на течение жидкости на пороге. На фиг. 25-7 приведены фотографические снимки, сделанные автором и показывающие форму потока при различных значениях отношения δ/H . Из приведенных фотографий следует, что при больших значениях отношения δ/H происходит вертикальное сжатие струи. Переход меньшей глубины h_c в сжатом сечении к большей глубине h в некоторых случаях может происходить в виде гидравлического прыжка. По мере уменьшения значения δ/H вертикальное сжатие струи постепенно уменьшается и при $\delta/H = 6$ исчезает. При этом отношении δ/H в средней части порога движение практически может рассматриваться как плавно изменяющееся, с распределением давления в поперечных сечениях по гидростатическому закону. При дальнейшем уменьшении δ/H свободная поверхность потока принимает криволинейную форму. По данным Ф. И. Пикалова и других исследователей на водосливе с $\delta/H < 10 \div 12$ глубина потока всюду меньше критической и достигает на его конце значения $h = (0,8 \div 0,9) h_{cr}$.

Криволинейность потока на пороге не позволяет в полной мере использовать теорию плавно изменяющегося движения при изучении потока через водослив с широким порогом. Если бы движение на водосливе можно было рассматривать как плавно изменяющееся, то свободный уровень жидкости на водосливе



Фиг. 25-7. Формирование свободной поверхности на водосливе с широким порогом.

а — $\delta/H = 4$; б — $\delta/H = 6$; в — $\delta/H = 10$.

в своем естественном стремлении к понижению должен был бы опуститься на конце водослива до критической глубины, которой соответствует минимум удельной энергии сечения.

Однако благодаря отсутствию плавной изменяемости движения критическая глубина устанавливается на некотором расстоянии от края водослива.

В зависимости от высоты порога h_n и полного напора $H_0 = H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}$ (где v_0 — скорость подхода жидкости к водосливу) уровень жидкости за порогом может быть выше, на уровне или ниже уровня жидкости на пороге.

Водослив называется затопленным, если положение уровня жидкости за порогом влияет на расход. По Бахметеву водослив можно считать затопленным, если

$$h_0 - h_n > h_{кр}, \quad (25-12)$$

где $h_{кр}$ — критическая глубина.

Если жидкость протекает через порог с глубинами меньше критической, водослив можно рассматривать как затопленный при

$$h_0 - h_n \geq h_{взаим. 2}, \quad (25-13)$$

где $h_{взаим. 2}$ является взаимной глубиной, соответствующей наименьшей глубине (сжатому сечению) (фиг. 25-7) на пороге.

25-5. Основная расчетная формула водослива с широким порогом

Рассмотрим случай, когда движение может быть принято за плавно изменяющееся. В этом случае свободная поверхность опускается над порогом водослива практически до значения $h_{кр}$, которому соответствует минимальное содержание энергии \mathcal{E} .

Этот уровень удовлетворяет зависимости

$$\alpha B Q^2 = g \omega^3,$$

или

$$\alpha Q^2 = g h_{кр}^3 B^2.$$

Обозначим статический напор на пороге водослива через h , выбрав два сечения потока: одно, расположенное в зоне перед

водосливом, и второе — на пороге, плоскость сравнения расположим на уровне порога. Напишем уравнение Бернулли:

$$H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = h + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g},$$

где v_0 — скорость подхода жидкости к водосливу;

v_1 — средняя скорость на пороге водослива.

Решая полученное уравнение относительно v_1 , найдем:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} - h \right)}, \quad (25-14)$$

где $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + \zeta}}$.

Если ширина порога водослива b , а коэффициент расхода μ в рассматриваемом случае численно равен φ , то для расхода Q через водослив получим следующее выражение:

$$Q = \mu b h \sqrt{2g \left(H + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} - h \right)}, \quad (25-15)$$

или

$$Q = \mu b H_0^{3/2} k \sqrt{2g(1-k)} = m b \sqrt{2g} H_0^{3/2}, \quad (25-16)$$

где при $k = \frac{h}{H_0}$

$$m = \mu k \sqrt{1-k}. \quad (25-17)$$

Сопоставляя формулы (24-27) и (25-16), найдем, что (при $\alpha = 1$)

$$m = \sqrt{\frac{k^3}{2}}, \quad (25-18)$$

а в связи с формулой (25-17)

$$\mu^2 = \varphi^2 = \frac{k}{2(1-k)}, \quad (25-19)$$

откуда

$$k = \frac{2\mu^2}{1+2\mu^2} = \frac{2\mu^2}{1+2\mu^2}. \quad (25-20)$$

Если бы потери энергии отсутствовали $\varphi = \mu = 1$, то в этом случае

$$k = \frac{2}{3}, \quad h = \frac{2}{3} H_0, \quad m = 0,385.$$

Благодаря потерям энергии уровень жидкости над порогом водослива меньше $\frac{2}{3} H_0$.

Таким образом, для данного H_0 глубина h , которая устанавливается сама собой на водосливе, зависит от коэффициентов расхода водослива m . Чем больше сопротивление на водосливе, тем меньше коэффициент расхода и тем меньше h .

25-6. Движение жидкости через водослив практического профиля

Несколько иначе движется жидкость через водослив практического профиля. Так же как и в предыдущем случае, струя (см. фиг. 25-1 + 25-4) смачивает всю верхнюю грань порога, но в сечениях, расположенных на пороге, движение жидкости криволинейно. В зависимости от высоты порога h_n , от величины напора H_0 уровень жидкости за порогом может быть ниже гребня водослива или выше гребня.

Можно считать, что водослив затоплен при условии, если $h_0 > h_n$ и

$$\left(\frac{z}{h_n}\right) < \left(\frac{z}{h_n}\right)^* \quad (25-21)$$

где $\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$ зависит от профиля водослива и изменяется по Бахметеву в среднем в пределах согласно табл. 25-4.

Таблица 25-4

Значения $\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$ в зависимости от H_0/h_n для водослива практического профиля

H_0/h_n	0	0,2	0,9	1,5	2	3
$\left(\frac{z}{h_n}\right)^*$	1	0,84	0,76	0,8	0,86	1,05

25-7. Расчетные формулы для определения коэффициента расхода водосливов

Рассматривая приведенные в предыдущих параграфах формулы (25-9), (25-16), можно сделать заключение о том, что для всех типов водосливов, в том числе и для практического профиля (так как он является типом промежуточным), расчетной формулой может служить формула

$$Q = mb\sqrt{2gH_0^{3/2}} \quad (25-22)$$

Коэффициент расхода через водослив определяется опытным путем. На его величину оказывает влияние большое количество разнообразных факторов, зависящих от типа водослива, формы стенки, водосливного отверстия, сливной струи и т. д.

Таблица 25-6

№ п/п	Незатопленный водослив практического профиля		Затопленный водослив практического профиля		Наименование коэффициента
	Прямоугольный	Криволинейный	Прямоугольный	Криволинейный	
1	0,42	0,49	0,42	0,49	Приведенный коэффициент расхода m_d
2	1	1	$1 + \frac{r}{H_0}$	1	Коэффициент формы α_ϕ
3	$0,7 + 0,185 \frac{H_0}{b}$	$0,785 + 0,25 \frac{H_0}{H_{np}}$	$0,7 + 0,185 \frac{H_0}{b}$	$0,785 + 0,25 \frac{H_0}{H_{np}}$	Коэффициент полноты напора α_h
4	1	1	0	0	Коэффициент затопления α_z
5	1	1	$1 - \frac{z}{b}$	$1 - \frac{z}{b}$	Коэффициент сжатия α_c

Дополнительные формулы для затопленного водослива:

- Для $\frac{H_0}{H_{np}} \rightarrow 0,1$ до $0,8$: $0,58 - 0,12 \sqrt{\frac{H_0}{H_{np}}}$
- Для $\frac{H_0}{H_{np}} > 0,8$: $0,785 + 0,25 \frac{H_0}{H_{np}}$

Наименование коэффициента	Незаполненный водослив с широким порогом		Заполненный водослив с широким порогом	
	Порог без закругления входного ребра	Порог с закругленным входным ребром	Порог без закругления входного ребра	Порог с закругленным входным ребром
1	0,32	0,32	0,32	0,32
2	1,00	1,09	1,00	1,09
3	1	1	1	1
4	1	1	до $\frac{h}{H_0} = 0,7$ 1,00	0,8 0,9 0,94 0,98 0,999
5	$1 - \frac{\Sigma \xi}{b} H_0$		$1 - \frac{\Sigma \xi}{b} H_0$	

№ п/п

Следуя указаниям акад. Н. Н. Павловского, общее выражение для коэффициента расхода может быть представлено в виде:


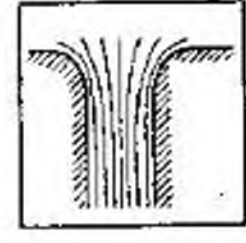
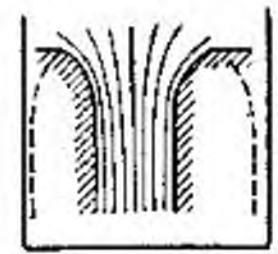
$$m = m_n \sigma_\phi \sigma_k \sigma_s \sigma_c$$

где m_n — приведенный коэффициент расхода при $\sigma_\phi \sigma_k \sigma_s \sigma_c = 1$;
 σ_ϕ — коэффициент, зависящий от формы гребня плотины;
 σ_k — коэффициент, зависящий от величины напора H ;
 σ_s — коэффициент, зависящий от характера сопряжения струи с нижним уровнем воды (коэффициент затопления);
 $\sigma_c = 1 - \frac{\xi}{b} \cdot H_0$ — коэффициент, зависящий от сжатия струи;
 ξ — берется по табл. 25-5.

Таблица 25-5

Значение коэффициента ξ для определения

$$\sigma_c = 1 - \frac{\xi}{b} H_0$$

$\xi = 0,2$	$\xi = 0,14$	$\xi = 0,08$
		
Фиг. 25-8.	Фиг. 25-9.	Фиг. 25-10.

Таким образом, расчетной формулой будет:

$$Q = m_n \sigma_\phi \sigma_k \sigma_s \sigma_c b \sqrt{2gH_0^3} \quad (25-23)$$

О значении коэффициентов см. табл. 25-3, 25-6 и 25-7.
 В этих таблицах H_{np} означаем проективную величину напора.

Глава двадцать шестая ГИДРАВЛИКА ГАЗОВ

В предыдущих главах в основном были изложены вопросы гидравлики капальной жидкости. В настоящей главе будет рассмотрена только сжимаемая жидкость — газ.

Рассматриваемые вопросы представляют лишь небольшую часть вопросов газовой динамики, блестящее развитие которой обязано работам Н. Е. Жуковского и С. А. Чаплыгина, по праву считающихся творцами и аэромеханики и газовой динамики.

26-1. Уравнение равновесия газа. Стандартная атмосфера

Уравнение равновесия газа в конечной форме получим из уравнения

$$dz + \frac{dp}{\gamma} = 0.$$

Интеграл этого уравнения зависит от изменения состояния газа, которое, как известно, подчиняется уравнению

$$p = \gamma RT.$$

Подставляя в дифференциальное уравнение значение γ , получим:

$$-dz = RT \frac{dp}{p}. \quad (26-1)$$

В дальнейшем интегрирование уравнения произведем для так называемой стандартной международной атмосферы. Согласно этой общепринятой атмосфере в пределах до 11 000 м (тропосферы) температура падает с $+15^\circ$ на уровне моря по $6,5^\circ$ С на каждые 1 000 м высоты.

Таким образом, для тропосферы дифференциальное уравнение может быть представлено в виде:

$$-dz = R \frac{dp}{p} \cdot (288 - 0,0065z),$$

где z в метрах.

Разделяя переменные и интегрируя, получим:

$$-\frac{1}{R} \int_0^h \frac{dz}{288 - 0,0065z} = \int_{p_0}^p \frac{dp}{p},$$

откуда

$$\frac{1}{0,0065R} \ln \frac{288 - 0,0065h}{288} = \ln \frac{p}{p_0},$$

или

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{h}{44\,300}\right)^{5,256}. \quad (26-2)$$

Выше 11 000 м (в стратосфере) принимается изотермическое изменение состояния газа ($t = -56,5^\circ$ С).

Таблица 26-1

Международная стандартная атмосфера

h, м	t, °С	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$	мм рт. ст.	$\frac{\rho}{\rho_0}$ кг/сек ² м ⁻³	Скорость звука с, м/сек
-1 000	21,50	1,1244	1,0996	854,59	0,1374	345
- 500	18,25	1,0608	1,0489	806,17	0,1311	343
0	15,00	1,0000	1,0000	760,00	0,1250	341
500	11,75	0,9421	0,9528	715,99	0,1191	339
1 000	8,50	0,8870	0,9074	674,07	0,1134	337
1 500	5,25	0,8344	0,8637	634,16	0,1079	335
2 000	2,00	0,7845	0,8215	596,18	0,1027	333
2 500	- 1,25	0,7370	0,7816	560,07	0,0976	331
3 000	- 4,50	0,6918	0,7420	525,75	0,0927	329
3 500	- 7,75	0,6490	0,7045	493,15	0,0880	327
4 000	-11,00	0,6082	0,6685	462,21	0,0835	326
4 500	-14,25	0,5696	0,6347	432,86	0,0792	324
5 000	-17,50	0,5330	0,6027	405,04	0,0751	322
5 500	-20,75	0,4983	0,5689	378,68	0,0711	319
6 000	-24,00	0,4655	0,5383	353,73	0,0673	317
6 500	-27,25	0,4344	0,5091	330,13	0,0636	315
7 000	-30,50	0,4050	0,4810	307,82	0,0601	313
7 500	-33,75	0,3773	0,4542	286,74	0,0568	311
8 000	-37,00	0,3511	0,4285	266,85	0,0535	309
8 500	-40,25	0,3262	0,4039	248,11	0,0505	307
9 000	-43,50	0,3032	0,3805	230,42	0,0475	305
9 500	-46,75	0,2813	0,3581	213,78	0,0447	302
10 000	-50,00	0,2606	0,3367	198,12	0,0421	300
10 500	-53,25	0,2413	0,3163	183,41	0,0395	298
11 000	-56,50	0,2232	0,2968	169,60	0,0371	296
11 500	-56,50	0,2065	0,2743	156,73	0,0343	296
12 000	-56,50	0,1906	0,2535	144,84	0,0317	296
12 500	-56,50	0,1761	0,2343	133,65	0,0293	296
13 000	-56,50	0,1628	0,2165	123,69	0,0271	296
13 500	-56,50	0,1504	0,2001	114,31	0,0250	296
14 000	-56,50	0,1390	0,1849	105,64	0,0231	296
14 500	-56,50	0,1284	0,1709	97,62	0,0214	296
15 000	-56,50	0,1187	0,1579	90,22	0,0197	296

Для этого случая дифференциальное уравнение примет вид:

$$- \int_0^h dz = RT \int_{p_0}^p \frac{dp}{p},$$

или после интегрирования

$$-h = RT \ln \frac{p}{p_0},$$

откуда

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{h}{RT}},$$

или

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{h}{5340}} \quad (26-3)$$

Формулы (26-2) и (26-3) широко применяются в авиации и позволяют определить высоту положения самолета по показаниям барометра.

В табл. 26-1 приведены данные, относящиеся к международной стандартной атмосфере.

Изменение объемного веса в тропосфере подчиняется уравнению

$$\gamma = \gamma_0 \left(1 - \frac{h}{44300}\right)^{4,256} \quad (26-4)$$

а в стратосфере

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{h}{6340}} \quad (26-5)$$

Зависимости, даваемые стандартной атмосферой, довольно близко подходят к тем средним величинам давлений, плотностей и температур, которые наблюдаются в наших широтах, конечно, при условии, что на уровне моря температура имеет исходное значение, т. е. $t = 15^\circ \text{C}$, что, конечно, не всегда соответствует зимним условиям.

26-2. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеального газа при установившемся движении. Уравнение неразрывности

Для вывода уравнения Бернулли для элементарной струйки газа воспользуемся уравнением Эйлера в естественной форме в виде:

$$g_t dt - \frac{1}{\rho} dp = d\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

Выбрав оси координат так, чтобы ось z была параллельна направлению силы тяжести, будем иметь (фиг. 8-5):

$$g_t = g \cos \theta = -g \frac{\partial z}{\partial t} = -g \frac{dz}{dt}$$

После подстановки получим:

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = 0 \quad (26-6)$$

Из уравнения (2-19) следует, что

$$\frac{dp}{\gamma} = C n \gamma^{n-2} d\gamma,$$

откуда

$$\int \frac{dp}{\gamma} = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{p}{\gamma}$$

Интегрируя уравнение (26-6), получим:

$$z + \frac{n}{n-1} \cdot \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const.} \quad (26-7)$$

Это и есть уравнение Бернулли для элементарной струйки идеального газа. В уравнении все члены имеют тот же энергетический смысл, что и в соответствующем уравнении для капельной жидкости. В частности, $\frac{n}{n-1} \cdot \frac{p}{\gamma}$ является мерой удельной потенциальной энергии давления и измеряет работу, совершаемую силами гидродинамического давления в газе, состояние которого изменяется политропически от p до $p=0$. Эта работа в n раз больше работы только расширения газа в тех же пределах и учитывает также превращение внутренней энергии газа. Этот член определяется высотой столба газа с политропическим изменением состояния и давлением p в основании столба, т. е. в данной точке.

Уравнение (26-7) можно представить в виде:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{1}{n-1} \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const.} \quad (26-8)$$

Воспользовавшись уравнением состояния $p = \gamma RT$, получим:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{RT}{n-1} = \text{const.} \quad (26-9)$$

В уравнении (26-9) величина $\frac{RT}{n-1}$ называется температурным напором.

Называя попрежнему z , $\frac{p}{\gamma}$ и $\frac{u^2}{2g}$ геометрическим, пьезометрическим и скоростным напором, полученное уравнение можно сформулировать следующим образом:

В установившемся движении частицы идеального газа ее полный напор, состоящий из геометрического, пьезометрического, скоростного и температурного напора, сохраняет постоянное значение.

Для двух частиц газа на одной и той же линии тока это уравнение запишется в виде:

$$z_1 + \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{n}{n-1} \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{u_2^2}{2g}; \quad (26-10)$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{u_1^2}{2g} + \frac{RT_1}{n-1} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{RT_2}{n-1}. \quad (26-11)$$

Так же как и для частицы идеальной жидкости, полученное уравнение движения частицы газа можно рассматривать как уравнение, написанное для одной и той же частицы, для ее двух положений.

Полученное уравнение Бернулли для частицы идеального газа можно распространить и на поток идеального газа, с гидростатическим законом распределения давления по сечениям, если вместо скорости частицы газа ввести среднюю скорость в данном сечении v и коэффициент кинетической энергии α . Так будем поступать, исследуя вопросы истечения газов из небольших отверстий или, например, при движении воздуха через карбюратор. Другим важным уравнением является уравнение неразрывности газовой струи (8-11):

$$\rho_1 v_1 \omega_1 = \rho_2 v_2 \omega_2,$$

которое в связи с уравнением (2-36) может быть представлено в виде:

$$\rho_1^{1/n} v_1 \omega_1 = \rho_2^{1/n} v_2 \omega_2. \quad (26-12)$$

26-3. Скорость звука в газе

Одной из важнейших гидродинамических характеристик сжимаемой жидкости, в том числе и газа, является скорость звука. В § 19-3 скорость звука в упругой среде (скорость ударной волны) определялась по формуле

$$a^2 = \frac{K}{\rho},$$

или в связи с формулой (2-31)

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho}.$$

Представляя p в виде:

$$p = \left(\frac{p}{\rho^n}\right) \rho^n,$$

где для политропического изменения состояния

$$p/\rho^n = \text{const},$$

получим:

$$a^2 = \left(\frac{p}{\rho^n}\right) n \rho^{n-1} = n \frac{p}{\rho}. \quad (26-13)$$

Таким образом, каждому состоянию газа будет соответствовать своя скорость звука. В табл. 26-1 приведены значения скорости звука, соответствующие атмосфере.

26-4. Истечение газа через насадок

Рассмотрим истечение газа через насадок, показанный на фиг. 20-14. Для определения скорости истечения и расхода воспользуемся уравнением (26-10) для средней скорости, приняв $v_1 = 0$ и $\alpha = 1$. Влиянием веса и потерями удельной энергии пренебрегаем. При этом получим:

$$\frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\gamma_1} = \frac{n}{n-1} \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{v_2^2}{2g},$$

откуда в связи с уравнением (2-36), найдем:

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\gamma_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} \quad [\text{м/сек}], \quad (26-14)$$

$$G = \gamma_2 \omega_2 v_2 = \omega_2 \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 \gamma_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]} \quad [\text{кг/сек}]. \quad (26-15)$$

Исследуем полученные зависимости. Начнем с уравнения для весового расхода. На фиг. 26-1 показана зависимость G от отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$. Согласно этой зависимости расход достигает максимального значения при некотором значении $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, называемом критическим — $\beta_{кр}$. Для определения $\beta_{кр}$ приравняем нулю производную от G по β , получим:

$$\frac{dG}{d\beta} = \frac{2}{n} \beta^{\frac{2-n}{n}} - \frac{n+1}{n} \beta^{\frac{1}{n}} = 0,$$

откуда

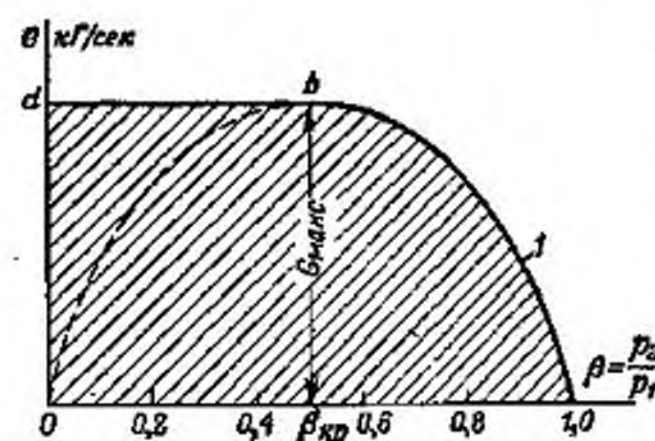
$$\beta_{кр} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{кр} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}. \quad (26-16)$$

При $n = 1,405$ (для воздуха) критическое отношение давлений равно:

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{2,41}\right)^{\frac{1,41}{0,41}} = 0,528.$$

Подставляя $\beta_{кр}$ в формулу расхода, найдем:

$$G_{\text{макс}} = \omega_2 \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 \gamma_1 \left[\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}} - \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}}\right]},$$



Фиг. 26-1. Зависимость весового расхода газа G кг/сек от отношения $p_2/p_1 = \beta$.

или

$$G_{\max} = \omega_2 \sqrt{gn \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n-1}} p_1 \gamma_1} \quad (26-17)$$

Скорость истечения, соответствующая максимальному расходу, называется критической скоростью. Ее можно определить, разделив G_{\max} на $\gamma_2 \omega_2$. При этом получим:

$$v_{кр} = \sqrt{gn \frac{p_2}{\gamma_2}} = a_2, \quad (26-18)$$

где a_2 — согласно формуле (26-13) скорость звука, соответствующая условиям на выходе.

Формулу (26-18) можно представить и в виде:

$$v_{кр} = \sqrt{2g \frac{n}{n+1} RT_1} \quad (26-19)$$

Итак, критическая скорость равна скорости звука, а максимальный расход G_{\max} .

Из полученного следует, что максимальный расход G_{\max} соответствует только критической скорости. Покажем, что критическая скорость, равная скорости звука, является предельной скоростью истечения из рассматриваемого насадка. Для того чтобы разобраться с этим важным фактом, воспользуемся уравнением неразрывности, справедливым для канала любой формы:

$$\rho v \omega = \text{const.}$$

Логарифмируя и дифференцируя его, получим:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{d\omega}{\omega} = 0,$$

откуда

$$\frac{d\omega}{d\rho} = -\frac{\omega}{\rho} \left(1 + \frac{v}{\rho} \frac{d\rho}{dv}\right) \quad (26-20)$$

Но согласно уравнению (26-6)

$$dv = -\frac{dp}{\rho v}$$

Причем

$$a^2 = \frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\rho}, \quad (26-21)$$

откуда

$$dp = a^2 d\rho,$$

вследствие чего

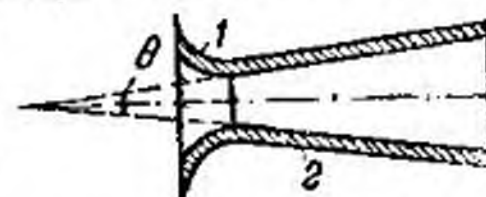
$$dv = -\frac{a^2}{v} \frac{d\rho}{\rho}.$$

Подставляя dv в уравнение (26-20), получим:

$$\frac{d\omega}{d\rho} = \frac{\omega}{\rho} \left(\frac{v^2}{a^2} - 1\right). \quad (26-22)$$

Из уравнения следует, что при движении газа со скоростью, меньшей скорости звука ($v < a$), увеличение сечения струи влечет уменьшение скорости, как и в капельной жидкости (хотя в других размерах). Иначе протекает явление при движении газа со скоростями больше звуковых ($v > a$). В этом случае увеличение сечения струи влечет увеличение и скорости.

Отсюда следует сделать вывод, что если в выходном сечении насадка (фиг. 20-14) скорость при некотором отношении давлений достигла значения скорости звука, то дальнейшее ее увеличение в этом сечении невозможно. Действительно, если допустить, что скорость в выходном сечении больше скорости звука a , то это значит, что скорость газа достигла скорости звука в некотором другом сечении.



Фиг. 26-2. Схема сопла Лавая.

Но это могло бы быть только в расширяющемся насадке. Таким образом, в рассматриваемом насадке максимальное значение скорости не может превосходить скорости звука. При этом наступает предел использования пропускной способности насадка. Вследствие этого пунктирная часть зависимости на фиг. 26-1 физически существовать не может. Расход, достигший своего максимума при $\beta_{кр}$, остается в дальнейшем постоянным, сколько бы ни уменьшалось значение β .

Таким образом, в рассматриваемом случае газ не успевает полностью расширяться в насадке и продолжает в дальнейшем расширяться уже после выхода из насадка.

Для большего использования перепада давления, т. е. для получения скорости истечения, большей скорости звука, надо соплу придать форму, показанную на фиг. 26-2. Такое сопло называется соплом Лавая. Заметим, что скорости больше звуковых можно получить и при истечении через диафрагму благодаря тому, что сжатое сечение газовой струи может соответственно расширяться.

При истечении через сопло Лавая с правильно рассчитанными размерами скорость истечения газа уже может определяться по формуле (26-14).

На увеличение расхода сопло Лавала никакого влияния не оказывает, и расход будет определяться по формуле (26-17) для G_{\max} , т. е. через критическую скорость $v_{кр}$ и наименьшее поперечное сечение насадка.

Таким образом, при определении расхода G и скорости v при истечении через насадок всегда следует руководствоваться значением отношения p_2/p_1 , где p_2 — давление той среды, куда происходит истечение газа, а именно:

1) когда $\frac{p_2}{p_1} > \beta_{кр}$, расход G [кг/сек] и скорость v [м/сек] следует определять по формулам (26-14) и (26-15), подставляя в эти формулы вместо p_2 значение давления той среды, куда происходит истечение газа;

2) когда же $\frac{p_2}{p_1} < \beta_{кр}$, расход G [кг/сек] и скорость v [м/сек] следует определять по тем же формулам, но подставляя вместо отношения p_2/p_1 значение критического отношения давления согласно уравнению (26-16).

Из формулы (26-22) также следует, что при движении газов со скоростями, меньшими, чем скорость звука в газе, влияние сжимаемости газа невелико и им можно пренебречь, т. е. рассматривать газ как капельную жидкость. На это обстоятельство многократно указывали Н. Е. Жуковский и С. А. Чаплыгин¹.

В этом случае делается возможным применять в гидравлических расчетах все выведенные ранее формулы для капельной жидкости, в том числе и формулы для определения коэффициентов λ и ζ_n .

Докажем это для скорости истечения газа из отверстия. Воспользуемся формулой, получаемой из уравнения (26-14),

$$p_2 = p_1 \left[1 - \left(\frac{n-1}{n} \right) \frac{v_2^2}{2g} \frac{\gamma_1}{p_1} \right]^{\frac{n}{n-1}}$$

Разложим выражение в квадратных скобках по формуле бинома Ньютона и оставим только первые три члена разложения:

$$\left[1 - \left(\frac{n-1}{n} \right) \frac{v_2^2}{2g} \frac{\gamma_1}{p_1} \right]^{\frac{n}{n-1}} = 1 - \frac{v_2^2}{2g} \frac{\gamma_1}{p_1} + \frac{1}{2n} \left(\frac{v_2^2}{2g} \frac{\gamma_1}{p_1} \right)^2$$

Подставляя это значение в выражение для p_2 , получим:

$$p_2 = p_1 - \frac{v_2^2}{2g} \gamma_1 + \frac{1}{2n} \left(\frac{v_2^2}{2g} \right)^2 \frac{\gamma_1^2}{p_1}$$

¹ Н. Е. Жуковский, Избранные сочинения, т. II, 1948, ГИТТЛ, стр. 150.

откуда

$$p_1 - p_2 = \gamma_1 \frac{v_2^2}{2g} \left(1 - \frac{v_2^2}{4ng} \frac{\gamma_1}{p_1} \right),$$

заменяя $\gamma_1 = p_1 g$ и обозначая

$$n \frac{p_1}{p_1} = a_1^2,$$

где a_1 — скорость звука в покоящемся газе, получим:

$$p_1 - p_2 = \gamma_1 \frac{v_2^2}{2g} \left(1 - \frac{v_2^2}{4a_1^2} \right),$$

откуда определим скорость:

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\gamma_1} \left[1 - \left(\frac{v_2}{2a_1} \right)^2 \right]}. \quad (26-23)$$

Во всех случаях, когда отношение $\frac{v_2}{2a_1}$ значительно меньше единицы, а это может иметь место тогда, когда скорость v_2 значительно меньше скорости звука в газе a_1 (в воздухе при $p = 10000$ кг/м²; $\rho = 1/8$ кг/сек²/м⁴; $n = 1,4$ скорость звука равна 336 м/сек), им можно пренебречь, и тогда скорость истечения газа можно определить по формуле

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\gamma_1}}, \quad (26-24)$$

а это и есть формула теоретической скорости истечения капельной жидкости.

26-5. Расчет газопроводов

Исходным уравнением для расчета газопроводов будет уравнение (26-6), в которое введены средняя скорость и член, учитывающий потери энергии

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \lambda \frac{dl}{d} \frac{v^2}{2g} = 0. \quad (26-25)$$

Ниже мы рассмотрим случай, когда изменением скоростного напора и влиянием веса газа можно будет пренебречь. Тогда

$$\frac{dp}{\gamma} = - \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Выразим среднюю скорость v через весовой расход G :

$$v = \frac{G}{\gamma \omega},$$

где ω — площадь поперечного сечения газопровода, тогда

$$\frac{dp}{\gamma} = -\lambda \frac{dl}{d} \frac{G^2}{2g\omega^2\gamma^2},$$

или

$$-\gamma dp = \lambda \frac{dl}{d} \frac{G^2}{2g\omega^2}. \quad (26-26)$$

Воспользуемся уравнением состояния

$$\gamma = \gamma_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{1/n},$$

где p_1 и γ_1 — значения давления и объемного веса в начале трубопровода.

Подставляя значение γ в (26-26), получим:

$$-\gamma_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{1/n} dp = \lambda \frac{dl}{d} \frac{G^2}{2g\omega^2}.$$

Коэффициент λ можно определить по любой соответствующей формуле для капельной жидкости.

Рассмотрим случай, при котором λ вдоль трубопровода имеет одно и то же значение.

Интегрируя в пределах от p_1 до p_2 , где p_2 — давление в конце трубопровода длиной l , получим:

$$\left(\frac{n}{n+1}\right) \gamma_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right] = \lambda \frac{l}{d} \frac{G^2}{2g\omega^2}. \quad (26-27)$$

Выразим γ_1 из уравнения состояния $p_1 = \gamma_1 RT_1$ через газовую постоянную R и температуру в начале трубопровода T_1 . Будем иметь:

$$\gamma_1 = \frac{p_1}{RT_1}.$$

Подставляя в уравнение (26-27), найдем:

$$\frac{n}{n+1} \frac{p_1^2}{RT_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right] = \lambda \frac{l}{d} \frac{G^2}{2g\omega^2},$$

откуда

$$G = \sqrt{\frac{\kappa^2 g d^5}{8\lambda} \frac{1}{l} \frac{n}{n+1} \frac{p_1^2}{RT_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}. \quad (26-28)$$

Эта формула справедлива при условии, что λ сохраняет по длине трубопровода одно и то же значение, и является основной расчетной формулой для определения весового расхода при за-

данных диаметре трубопровода и перепаде давления. Это уравнение может служить также и для определения диаметра трубопровода при заданных весовом расходе газа и перепаде давления.

Для изотермического состояния газа и для ламинарного движения, так как $n = 1$, а $\lambda = \frac{64}{Re}$. Поэтому

$$G = \frac{\kappa d^4}{256 \mu l} \frac{p_1^2}{RT_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\right], \quad (26-29)$$

или

$$G = \frac{\kappa d^4}{256 \mu l} \frac{1}{RT_1} (p_1^2 - p_2^2). \quad (26-30)$$

Для изотермического состояния газа и турбулентного движения

$$G = \sqrt{\frac{\kappa^2 g d^5}{16 \mu RT_1} (p_1^2 - p_2^2)}. \quad (26-31)$$

Формулы (26-30) и (26-31) могут служить также и для определения квадратичного перепада давления: для ламинарного движения

$$p_1^2 - p_2^2 = k_1 \frac{Gl}{d^4}, \quad (26-32)$$

где

$$k_1 = \frac{256 \mu RT_1}{\kappa}; \quad (26-33)$$

для турбулентного движения

$$p_1^2 - p_2^2 = k_2 \frac{\lambda G^2}{d^5}, \quad (26-34)$$

где

$$k_2 = \frac{16 RT_1}{\kappa^2 g}. \quad (26-35)$$

Для трубопровода, состоящего из труб различных диаметров, квадратичный перепад давления вычисляется по формулам:

для ламинарного движения

$$p_1^2 - p_2^2 = k_1 G \Sigma \frac{l_i}{d_i^4}; \quad (26-36)$$

для турбулентного движения

$$p_1^2 - p_2^2 = k_2 G^2 \Sigma \frac{\lambda_i l_i}{d_i^5}. \quad (26-37)$$

Задача 26-1. Требуется определить теоретическую скорость воздуха в диффузоре карбюратора (фиг. 26-3) при следующих данных: 1) температура наружного воздуха $t_1 = 27^\circ \text{C}$; 2) вакуум в горловине диффузора $h_{\text{вак}} = 1200 \text{ мм вод. ст.}$; 3) высота $h = 0,05 \text{ м}$ (ею пренебрегаем).

Для определения скорости воздуха в диффузоре карбюратора применим уравнение Бернулли для идеального газа, выбрав за плоскость сравнения плоскость, проходящую через центр входного отверстия, и написав уравнение Бернулли для сечений I и II.

Подставив вместо $z_1 = 0$; $z_2 \approx 0$; $v_1 \approx 0$, получим:

$$\frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\gamma_1} = \frac{n}{n-1} \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{v_2^2}{2g}$$

После преобразования получим формулу (26-14). Подставляя численные значения и вводя вместо p_1 и γ_1 значения R и T_1 , найдем:

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{1,41}{0,41} 29,27 \cdot 300 \left[1 - \left(\frac{8800}{10000} \right)^{\frac{0,41}{1,41}} \right]} = 146 \text{ м/сек.}$$

Решим теперь ту же самую задачу, приняв воздух несжимаемым, т. е. воспользуемся уравнением Бернулли для капельной жидкости, пренебрегая потерями. Оно имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

положим в нем согласно нашим условиям $z_1 = 0$; $z_2 = 0$ и $v_1 = 0$, получим:

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\gamma}}$$

Определим объемный вес воздуха при нормальном давлении $p = 10000 \text{ кг/м}^2$ из уравнения

$$\gamma = \frac{p}{RT} = \frac{10000}{29,27 \cdot 300} = 1,14 \text{ кг/м}^3.$$

находим:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 (10000 - 8800)}{1,14}} = 144 \text{ м/сек.}$$

Фиг. 26-3. Схема воздушного канала карбюраторного устройства.

Как видим, разница в скорости, определенной с учетом сжимаемости газа и без учета, невелика. Причину этого мы рассмотрели в предыдущем параграфе.

В заключение определим теоретический весовой расход воздуха, проходящего через диффузор карбюратора, для тех же условий, задавшись сечением диффузора $\omega_2 = 4 \text{ см}^2$. Воспользуемся формулой (26-15). Подставляя численные значения, найдем:

$$G = 0,0004 \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{1,41}{0,41} 10000 \cdot 1,14 \left[\left(\frac{8,8}{10} \right)^{\frac{2}{1,41}} - \left(\frac{8,8}{10} \right)^{\frac{2,41}{1,41}} \right]} = 0,0516 \text{ кг/сек.}$$

Задача 26-2. Газ под давлением 50 кг/см^2 вытекает в среду, имеющую давление, равное 30 кг/см^2 . Начальная температура газа $T_1 = 300^\circ \text{C}$; газовая постоянная $R = 30 \text{ м}^2$. Диаметр отверстия, через которое происходит

истечение, 3 мм. Определить теоретический расход газа за 0,1 сек. и скорость истечения, предполагая изменение состояния газа по адиабате $n = 1,4$.

Решение. Имеем:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{30}{50} = 0,6 > \beta_{кр}$$

т. е. первый случай истечения. При этом давление газа при истечении p_2 будет равно давлению среды, т. е. 30 кг/см^2 .

Скорость истечения газа определится по формуле, которую представим в виде:

$$v = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}$$

подставляя числа, найдем:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,4}{0,4} \cdot 30 \cdot 300 \left[1 - \left(\frac{30}{50} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} \right]} = 484 \text{ м/сек.}$$

Расход газа за $t = 0,1$ сек. найдется по формуле (26-15),

$$G = t\omega \sqrt{2g \frac{n}{n-1} p_1 \gamma_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]}$$

где ω — площадь сечения выходного отверстия, равная

$$\omega = 0,785d^2 = 0,785 \cdot 0,003^2 = 0,000007 \text{ м}^2;$$

$$\gamma_1 = \frac{p_1}{RT_1}$$

Подставляя числовые значения, находим:

$$G = 0,1 \cdot 7 \cdot 10^{-6} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,4 \cdot 50^2 \cdot 10000^2}{0,4 \cdot 30 \cdot 300} \left[\left(\frac{30}{50} \right)^{\frac{2}{1,4}} - \left(\frac{30}{50} \right)^{\frac{2,4}{1,4}} \right]} = 0,028 \text{ кг.}$$

Задача 26-3. Кислород под давлением 100 кг/см^2 вытекает через сопло из сосуда в атмосферу. Определить скорость истечения кислорода и давление кислорода при вытекании. Начальная температура кислорода $t = 27^\circ \text{C}$.

Решение. В данном примере $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{100} < \beta_{кр}$, поэтому имеется второй случай истечения, в котором полного расширения газа не происходит. Давление кислорода при истечении будет равно:

$$p_2 = \beta_{кр} p_1; \quad p_2 = 0,528 \cdot 100 = 52,8 \text{ кг/см}^2.$$

Скорость истечения определится по формуле (26-19)

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,4}{2,4} \cdot \frac{848}{32} \cdot 300} = 300,8 \text{ м/сек.}$$